TES	Corrigé du travail de mathématiques du 9 septembre 2016

Exercice 1 : Etude de fonction

Une agence de publicité est chargée, par un laboratoire pharmaceutique, d'assurer la promotion d'un nouveau médicament, disponible sans ordonnance, contre les maux de gorge.
Une étude réalisée par cette agence prouve que la fréquence $f(t)$ de personnes connaissant le nom du médicament après t semaines de publicité est donné par :

$$f(t) = \frac{3t}{3t+2} \text{ (avec } t \geq 0\text{)}$$

1. a) Calculer $f(2)$.

$f(2) = \frac{3 \times 2}{3 \times 2 + 2} = \frac{6}{8} = \mathbf{\frac{3}{4}}$

b) En déduire le pourcentage de personnes qui ignorent le nom de ce médicament après deux semaines de publicité.

$f(2) = \frac{3}{4}$ donc trois quarts des personnes connaissent le nom du médicament. Par conséquent, **25% des personnes ne le connaissent pas**.

c) Comment peut-on interpréter $f(0)$?

$f(0)$ est **la fréquence de personnes connaissant le nom du médicament avant la campagne publicitaire**.

2. a) Calculer $f'(t)$ pour tout t appartenant à l'intervalle [0 ; 18].

$f = \frac{u}{v}$ avec $u(t) = 3t$ et $v(t) = 3t + 2$

$u'(t) = 3$ et $v'(t) = 3$

$f' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

donc $f'(t) = \frac{3 \times (3t+2) - 3 \times 3t}{(3t+2)^2} = \mathbf{\frac{6}{(3t+2)^2}}$

b) Etudier les variations de f sur l'intervalle [0 ; 18].

Pour tout $t \in [0 ; 18]$, $f'(t) > 0$ (car $6 > 0$ et $(3t+2)^2 > 0$)

Donc **la fonction f est strictement croissante sur [0 ; 18]**.

3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1.

$y = f'(1) \times (t - 1) + f(1)$

or $f(1) = \frac{3 \times 1}{3 \times 1 + 2} = \frac{3}{5}$ et $f'(1) = \frac{6}{(3 \times 1 + 2)^2} = \frac{6}{25}$

Donc $y = \frac{6}{25}(t - 1) + \frac{3}{5}$

$y = \frac{6}{25}t - \frac{6}{25} + \frac{3}{5}$

$\mathbf{y = \frac{6}{25}t + \frac{9}{25}}$

4. a) Déterminer par le calcul le nombre de semaines de campagne publicitaire nécessaires pour que 90% de la population connaisse le nom du médicament.

$f(t) = 0{,}9$ d'où $\dfrac{3t}{3t+2} = 0{,}9$

$0{,}9 \times (3t + 2) = 3t$

$2{,}7t + 1{,}8 = 3t$

$1{,}8 = 0{,}3t$

$t = \dfrac{1{,}8}{0{,}3} = 6$

Après 6 semaines de publicité, 90% des personnes connaissent le nom du médicament.

b) Combien de semaines faut-il pour passer de 90% à 95%.

*Vous **pourrez** utiliser le mode graph de la calculatrice pour répondre à cette question. Dans ce cas, vous donnerez **rapidement** les réglages effectués.*

$f(t) = 0{,}95$ d'où $\dfrac{3t}{3t+2} = 0{,}95$

$0{,}95 \times (3t + 2) = 3t$

$2{,}85t + 1{,}9 = 3t$

$1{,}9 = 0{,}15t$

$t = \dfrac{1{,}9}{0{,}15} \approx 12{,}67$

Après 13 semaines de publicité, 95% des personnes connaissent le nom du médicament.
13 – 6 = 7, **il faut donc 6 semaines pour passer de 90% à 95%.**

c) Le laboratoire pharmaceutique a décidé d'arrêter cette campagne de promotion au bout de six semaines.
Justifier cette décision.
Après 6 semaines de publicité, 90% des personnes connaissent le nom du médicament. Ensuite la croissance est plus lente puisqu'il faut encore 7 semaines pour atteindre les 95%.

Exercice 2 : Suites

Le salaire d'embauche d'un employé est de 21 600 € par an. Son contrat prévoit une augmentation annuelle de 2%. On note $u_0 = 21\,600$ et, pour n entier supérieur ou égal à 1, u_n le salaire annuel au bout de n années.

1. Calculer u_1.

$u_1 = 21\,600 \times \left(1 + \dfrac{2}{100}\right) = \mathbf{22\,032}$

2. Déterminer la nature de la suite.

Son contrat prévoit une augmentation annuelle de 2% donc $u_{n+1} = u_n \times \left(1 + \dfrac{2}{100}\right) = u_n \times 1{,}02$.

(u_n) est donc une suite géométrique de raison q = 1,02 et de 1^er^ terme $u_0 = 21\,600$.

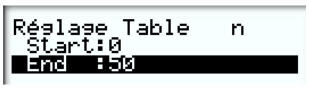
3. Déterminer au bout de combien d'années le salaire aura doublé.

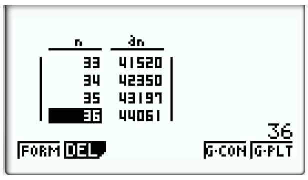
$2\times u_0 = 43\,200$

$u_n = u_0 \times q^n = 21\,600 \times 1{,}02^n$

q > 1 donc la suite (q^n) est strictement croissante.

Multiplier par 21 600, qui est positif, ne change pas les variations donc la suite (u_n) est strictement croissante.





Le salaire aura doublé au bout de 36 semaines.