

Exercice 96 page 55

On modélise la forme d'un immeuble de 10 étages à l'aide de la parabole d'équation $y = -0,05(x - 27)^2 + 36,45$ pour $x \in [0 ; 54]$.
 Chaque étage mesure 3 m de haut.



1. Quelle est l'équation de la droite modélisant le toit ?

1^{ère} méthode :

On a 10 étages de 3 mètres : $10 \times 3 = 30$
 donc le toit est modélisé par la droite d'équation $y = 30$

2^{ème}

méthode :

On a 10 étages de 3 mètres + le rez de chaussée :
 $11 \times 3 = 33$
 donc le toit est modélisé par la droite d'équation $y = 33$

2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite et de la parabole.

1^{ère} méthode :

$$\begin{aligned} -0,05(x - 27)^2 + 36,45 &= 30 \\ -0,05(x^2 - 54x + 729) + 36,45 - 30 &= 0 \\ -0,05x^2 + 2,7x - 36,45 + 36,45 - 30 &= 0 \\ -0,05x^2 + 2,7x - 30 &= 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac &= 2,7^2 - 4 \times (-0,05) \times (-30) = 1,29 \\ x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} &= \frac{-2,7 - \sqrt{1,29}}{2 \times (-0,05)} = 27 + \sqrt{129} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} &= \frac{-2,7 + \sqrt{1,29}}{2 \times (-0,05)} = 27 - \sqrt{129} \end{aligned}$$

Les coordonnées des points d'intersection de la droite et de la parabole sont :

$(27 + \sqrt{129} ; 30)$ et $(27 - \sqrt{129} ; 30)$

2^{ème} méthode :

$$\begin{aligned} -0,05(x - 27)^2 + 36,45 &= 33 \\ -0,05(x^2 - 54x + 729) + 36,45 - 33 &= 0 \\ -0,05x^2 + 2,7x - 36,45 + 36,45 - 33 &= 0 \\ -0,05x^2 + 2,7x - 33 &= 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac &= 2,7^2 - 4 \times (-0,05) \times (-33) = 0,69 \\ x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} &= \frac{-2,7 - \sqrt{0,69}}{2 \times (-0,05)} = 27 + \sqrt{69} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} &= \frac{-2,7 + \sqrt{0,69}}{2 \times (-0,05)} = 27 - \sqrt{69} \end{aligned}$$

Les coordonnées des points d'intersection de la droite et de la parabole sont :

$(27 + \sqrt{69} ; 30)$ et $(27 - \sqrt{69} ; 30)$

3. Quelle est la largeur de ce toit ? Arrondir au dixième près.

1^{ère} méthode :

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 27 + \sqrt{129} - (27 - \sqrt{129}) \\ &= 2\sqrt{129} \\ &\approx 22,7 \end{aligned}$$

La largeur de ce toit est de 22,7 mètres.

2^{ème} méthode :

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 27 + \sqrt{69} - (27 - \sqrt{69}) \\ &= 2\sqrt{69} \\ &\approx 16,6 \end{aligned}$$

La largeur de ce toit est de 16,6 mètres.

n° 110 page 55

1. On cherche la vitesse maximale autorisée pour que

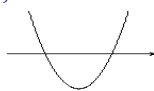
$$\begin{aligned} d_s(v) &\leq 15 \\ \Leftrightarrow 0,005v^2 + 0,27v &\leq 15 \\ \Leftrightarrow 0,005v^2 + 0,27v - 15 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 0,27^2 - 4 \times 0,005 \times (-15) = 0,3729$$

$$v_1 = \frac{-0,27 - \sqrt{0,3729}}{2 \times 0,005} \approx -88,1$$

$$v_2 = \frac{-0,27 + \sqrt{0,3729}}{2 \times 0,005} \approx 34,1$$

$a = 0,005, a > 0$ donc



v	0	v_2	$+\infty$
Signe de $0,005v^2 + 0,27v - 15$	-	0	+

$S = [0 ; v_2]$

La vitesse doit donc être inférieure à 34 km/h. **Il faut donc limiter la vitesse à 30 km/h dans cette rue.**

La distance de freinage d'une voiture est la distance parcourue entre le moment où le conducteur freine et l'arrêt du véhicule. Cette distance dépend de la vitesse du véhicule, de l'état du véhicule et de l'état de la route. On considère un véhicule dont la distance de freinage sur route sèche (en mètres) est donnée par :

$d_s(v) = 0,005v^2 + 0,27v$, où v est exprimée en km/h.

- Quel panneau de limitation doit-on placer dans une rue où l'on souhaite que ce véhicule ait une distance d'arrêt inférieure à 15 m sur route sèche ?
- Sur route mouillée, la distance de freinage de ce véhicule est $d_m(v) = 0,007v^2 + 0,27v$. À quelle vitesse la distance de freinage sur route mouillée est-elle 20 % supérieure à celle sur route sèche ?



2. On souhaite déterminer la vitesse pour laquelle $d_m(v) = \left(1 + \frac{20}{100}\right) d_s(v)$ c'est-à-dire $d_m(v) = 1,2 d_s(v)$.

$$d_m(v) = 1,2 d_s(v) \Leftrightarrow 0,007v^2 + 0,27v = 1,2 \times (0,005 v^2 + 0,27 v)$$

$$\Leftrightarrow 0,007v^2 + 0,27v = 0,006v^2 + 0,324 v$$

$$\Leftrightarrow 0,007v^2 + 0,27v - 0,006v^2 - 0,324 v = 0$$

$$\Leftrightarrow 0,001v^2 - 0,054v = 0$$

$$\Leftrightarrow v(0,001v - 0,054) = 0$$

$$\Leftrightarrow v = 0 \text{ ou } 0,001v - 0,054 = 0$$

$$\Leftrightarrow v = 0 \text{ ou } v = \frac{0,054}{0,001} = 54$$

La distance de freinage sur route mouillée est 20% supérieure à celle sur route sèche **pour une vitesse de 54 km/h.**