Exercice 55 page 285

L'entraîneur d'une équipe de basket féminin veut recruter une joueuse. Il est en contact avec deux joueuses dont il compare les performances.
Dans les tableaux suivants, il dispose du nombre de points marqués par chacune d'elle lors des dix derniers matchs et du pourcentage de réussite lors des tirs au panier.

Donia

Nombre de points marqués par match				
23	20	19	25	24
20	21	23	27	25

Pourcentage de réussite lors des tirs au panier				
80 %	84 %	75 %	82 %	80 %
85 %	83 %	86 %	80 %	78 %

Maëlys

Nombre de points marqués par match				
35	15	20	36	40
19	36	28	30	38

Pourcentage de réussite lors des tirs au panier				
88 %	90 %	96 %	93 %	95 %
90 %	92 %	86 %	94 %	92 %

Étudier ces quatre séries de nombres et proposer à l'entraîneur la joueuse qui paraît convenir le mieux à une intégration dans l'équipe.
Argumenter la réponse.

• Donia :

Nombre de points marqués : $\overline{x} = 22{,}7$; $s \approx 2{,}49$.
Tirs au panier : $\overline{x} = 81{,}3$ % ; $s \approx 3{,}2$ %.

• Maëlys :

Nombre de points marqués : $\overline{x} = 29{,}7$; $s \approx 8{,}43$.
Tirs au panier : $\overline{x} = 91{,}6$ % ; $s \approx 2{,}97$ %.

• Donia marque moins de points en moyenne mais elle est plus régulière en nombre de points marqués, c'est une valeur sûre pour l'entraîneur. Elle est moins adroite que Maëlys car son pourcentage de réussite au tir au panier est en moyenne moins bon. Maëlys est plus adroite et marque plus de points, mais elle peut avoir des « jours sans » car elle est irrégulière dans le nombre de points marqués, l'écart type 8,43 est bien supérieur à 2,49. Peut-être fait-il jouer la carte de la régularité, dans ce cas c'est Donia… Peut-être fait-il privilégier l'adresse, dans ce cas c'est Maëlys…

Exercice 92 page 204

92 Dans un triangle non aplati ABC, on considère les points D, E, F et H définis par :

① $\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$,

② $\overrightarrow{AE}-3\overrightarrow{EB}=\vec{0}$,

③ $2\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AB}=5\overrightarrow{AC}$

④ $\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{BH}+2\overrightarrow{CH}=\vec{0}$

Enfin, K est le milieu du segment $[AB]$.

1. Construire une figure.

2. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{CK}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BK}$ et $\overrightarrow{AH}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. En utilisant les relations obtenues précédemment, démontrer que :

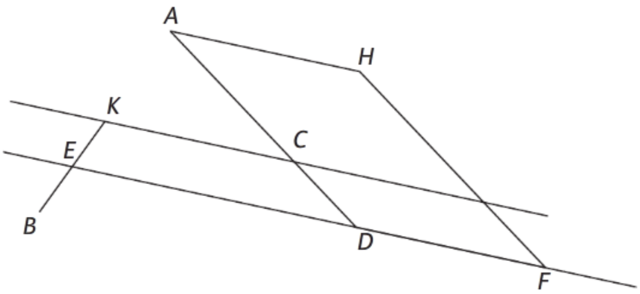
a. les points D, E et F sont alignés ;

b. les droites (CK) et (DE) sont parallèles ;

c. le point E est le milieu de $[BK]$;

d. le quadrilatère $ADFH$ est un parallélogramme.

1. Pour construire les points D, E, F et H, on transforme les relations données en relations explicites : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.



Démonstrations :

① $\overrightarrow{AD}+3\,\overrightarrow{DC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}+3\,(\,\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}\,)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DA}+3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}-3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

② $\overrightarrow{AE}-3\,\overrightarrow{EB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE}-3\,(\,\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}\,)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AE}-3\overrightarrow{EA}-3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AE}+3\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

③ $2\,\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AB}=5\,\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 2\,\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{AB}+5\,\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$

④ $\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{BH}+2\,\overrightarrow{CH}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}-(\,\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AH}\,)+2\,(\,\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AH}\,)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}-\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AH}+2\,\overrightarrow{CA}+2\,\overrightarrow{AH}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{CA}+2\,\overrightarrow{AH}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\,\overrightarrow{AH}=-\overrightarrow{AB}-2\,\overrightarrow{CA}$

$\Leftrightarrow 2\,\overrightarrow{AH}=-\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

2. On a :

$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AH}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

3. a. On a $-\frac{3}{2}\overrightarrow{DF}=-\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=-\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{DE}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{DF}$, donc ces vecteurs sont colinéaires, donc les points D, E et F sont alignés.

b. On a $\frac{2}{3}\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CK}$

$\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DE}$, donc ces vecteurs sont colinéaires, donc les droites (CK) et (DE) sont parallèles.

c. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BK}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BE}$

$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BK}$, donc E est le milieu de $[BK]$.

d. Puisque $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{DF}$, le quadrilatère $ADFH$ est un parallélogramme.