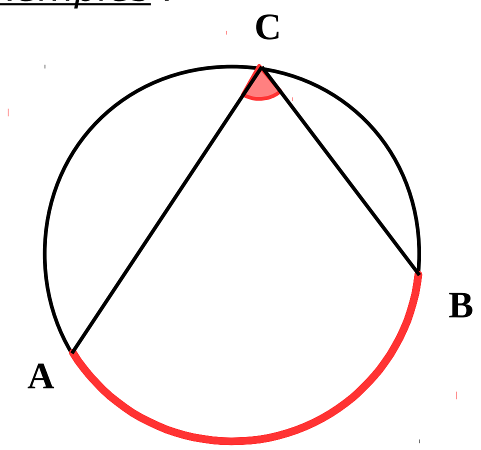
Définitions :

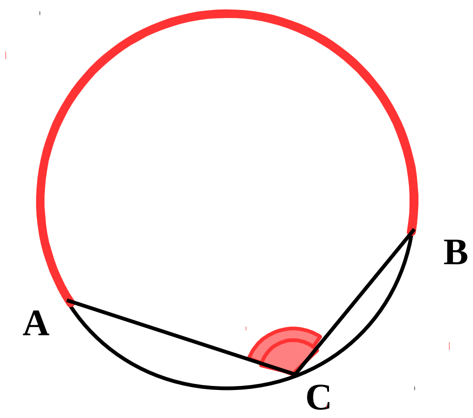
- **Angle inscrit** dans un cercle :
  angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle en des points distincts du sommet.

- **Arc de cercle intercepté** :
  portion de cercle comprise entre les 2 côtés de l'angle

- **Angle au centre** :
  son sommet est le centre du cercle

Exemples :



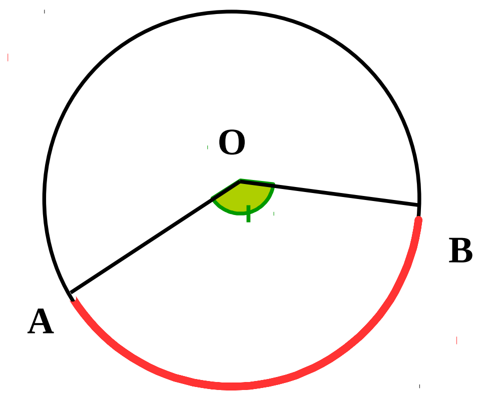


$\widehat{ACB}$ est inscrit dans le cercle

et intercepte le **petit** arc $\overset{\frown}{AB}$

$\widehat{ACB}$ est inscrit dans le cercle

et intercepte le **grand** arc $\overset{\frown}{AB}$

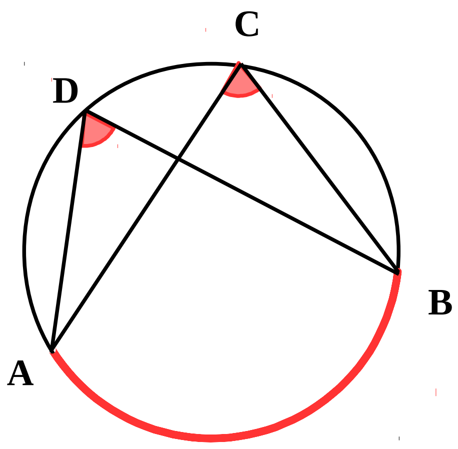


$\widehat{ACB}$ est inscrit dans le cercle

et intercepte le **petit** arc $\overset{\frown}{AB}$

Propriété : Si 2 angles sont **inscrits dans un même cercle** et s'ils **interceptent le même arc**, alors ils ont la **même mesure**.

Exemple :

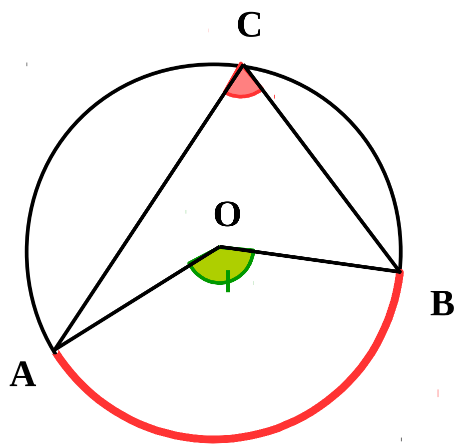


$$\widehat{ACB} = \widehat{ADB}$$

car ces deux angles sont inscrits dans le même cercle et ils interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$

Propriété : Si un **angle inscrit** dans un cercle et un **angle au centre interceptent le même arc**, alors l'**angle au centre** mesure le **double de l'angle inscrit**.

Exemple :



$$\widehat{AOB} = 2\times\widehat{ACB}$$

car l'angle inscrit $\widehat{ACB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$

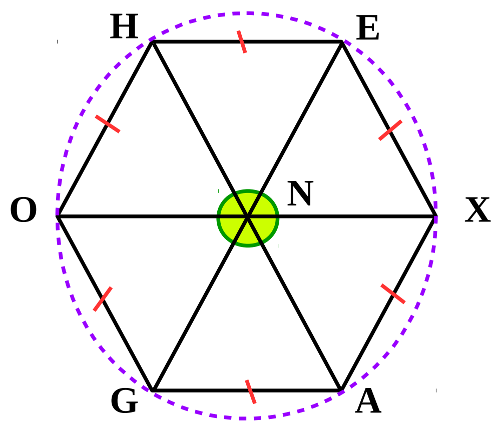
Construire un polygone régulier :

Définition :
Un **polygone** est **régulier** lorsque :
- tous ses **côtés** ont la même longueur
- tous ses **angles** ont la même mesure

Rappel de vocabulaire :
- polygone à **3** côtés : **triangle**
- polygone à **4** côtés : **quadrilatère**
- polygone à **5** côtés : **pentagone**
- polygone à **6** côtés : **hexagone**

Exemple :

Quelle est la nature des 6 triangles qui composent l'hexagone régulier HEXAGO ci-contre ?



HEXAGO est régulier donc je peux l'inscrire dans un cercle. On sait que les angles au centre sont tels que :

$$\widehat{HNE} = \widehat{ENX} = \widehat{XNA} = \widehat{ANG} = \widehat{GNO} = \widehat{ONH}$$

Or : $\widehat{HNE} + \widehat{ENX} + \widehat{XNA} + \widehat{ANG} + \widehat{GNO} + \widehat{ONH} = 360°$

$6 \times \widehat{HNE} = 360°$

$\widehat{HNE} = 360° \div 6 = 60°$

Tous les angles au centre valent donc 60°.

Or : HE = EX = XA = AG = GO = OH (hexagone régulier)

HN = EN = XN = AN = GN = ON = rayon du cercle

donc **les 6 triangles sont isocèles en N et tous identiques.**

Si je considère le triangle HNE, j'en déduis que :

$\widehat{NHE} = \widehat{HEN}$

et : $\widehat{NHE} + \widehat{HEN} + \widehat{HNE} = 180°$

$2 \times \widehat{NHE} + 60° = 180°$

$2 \times \widehat{NHE} = 120°$

$\widehat{NHE} = 60° = \widehat{HEN}$

donc : $\widehat{NHE} = \widehat{HEN} = \widehat{HNE} = 60°$ (triangle équilatéral)

Les 6 triangles qui composent un hexagone régulier sont donc tous identiques et équilatéraux.

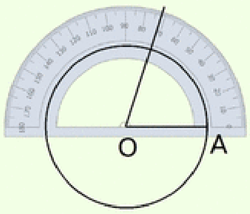
A savoir :

Un polygone régulier à *n* côtés :

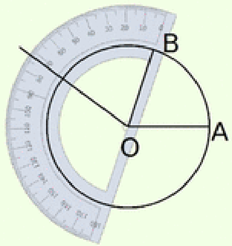
- est inscriptible dans un cercle
- dans ce cercle, tous les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone ont la même mesure.

Exemple *(source : Sésamath)* :

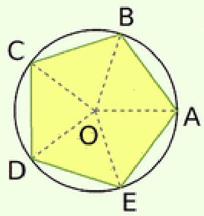
Un pentagone a cinq côtés. Les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone sont tous égaux à 72° (360 ÷ 5 = 72).



On construit le cercle et l'un de ses rayons [OA] et un autre rayon [OB] tel que $\widehat{AOB} = 72°$.



On trace un autre rayon [OC] tel que $\widehat{BOC} = 72°$.



Ainsi de suite jusqu'à obtenir le pentagone ABCDE.