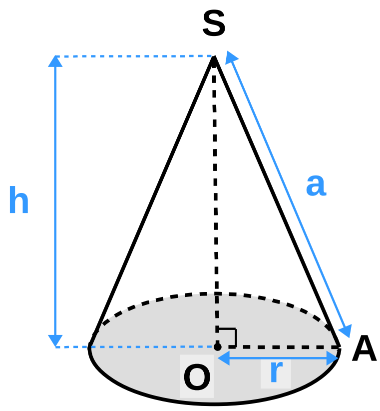
FICHE - LE CÔNE DE RÉVOLUTION
(ou : « cône circulaire droit »)



Ceci est un cône de révolution :

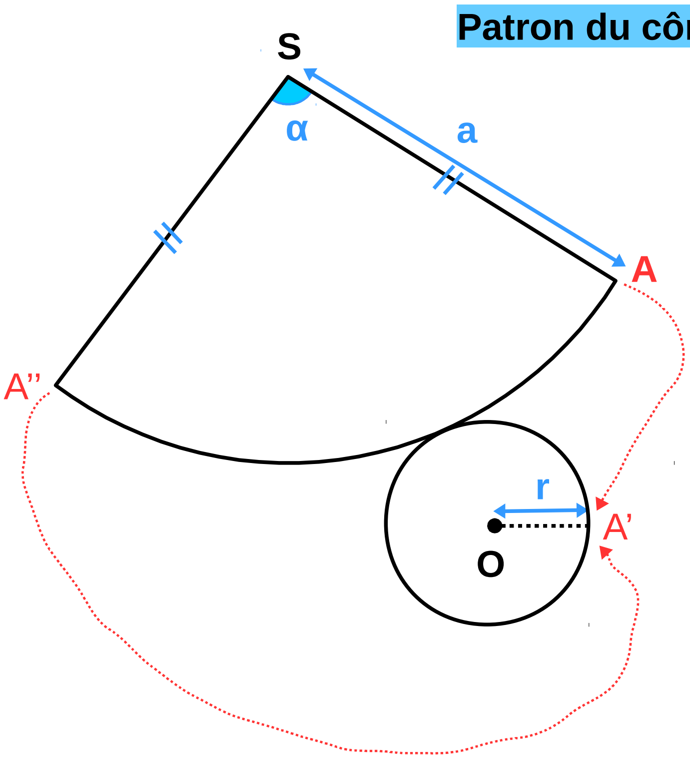
- de **sommet S**
- de **hauteur h**
- de **base** le disque de **centre O**
- de **rayon de base r**

La **distance a** entre le sommet et tout point du cercle de base est constante : on l'appelle l'**apothème**.

→ On peut fabriquer (on dit aussi « générer ») un tel cône en imaginant un segment partant de S et relié à un point qui parcourt le cercle de base *([SA] ferait ainsi avec le point A le tour du cercle)*.
On dit ainsi que la **droite (SA)** est une **génératrice**.

→ On peut aussi imaginer une « équerre » tel le triangle SOA tournant autour de [SO].

Patron du cône de révolution :



→ Les points A, A' et A'' forment un seul et même point A lorsqu'on forme le cône, en enroulant la corde $\overset{\frown}{AA''}$ sur le périmètre du cercle.

→ [SA] et [SA''] forment alors une seule et même génératrice [SA].

Pour un cône de révolution de **hauteur h** et de **rayon de base r** souhaités, on peut calculer :

$$\boxed{a = \sqrt{r^2 + h^2}}$$

$$\boxed{\alpha \text{ (en degrés)} = \frac{360 \times r}{\sqrt{r^2 + h^2}}}$$

(corde $\overset{\frown}{AA''}$ = périmètre du cercle de base)

r et **h** étant choisis, il sera ainsi facile de construire le patron en calculant l'**angle α** du secteur de disque et l'**apothème a**.

{Démonstrations ci-dessous ↓ }

Démonstrations :

- Dans le triangle SOA rectangle en O, si l'on applique le théorème de Pythagore, on trouve alors que :

  $SA^2 = SO^2 + OA^2$
  $a^2 = h^2 + r^2$

  D'où l'égalité suivante : $\boxed{\mathbf{a = \sqrt{r^2 + h^2}}}$

- → Un angle **α** peut être exprimé avec deux unités de mesure possibles, proportionnelles l'une à l'autre : les **degrés (°)** et les **radians (rad)**.

α (°)	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
α (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

$\times k$

Avec : $k = \frac{2\pi}{360}$

On trouve ainsi qu'en général : $\alpha(°) = \frac{\alpha(rad) \times 360}{2\pi}$ *(produit en croix)*

→ Il faut savoir aussi que par définition :

$L'angle\, \alpha(rad)\, d'un\, secteur\, de\, disque = \frac{corde\, du\, secteur\, de\, disque}{rayon\, du\, disque}$, soit ici pour le secteur de disque de rayon l'apothème SA = a :

$\alpha(rad) = \frac{\overset{\frown}{AA''}}{a}$ donc d'après la formule précédente : $\alpha(rad) = \frac{\overset{\frown}{AA''}}{\sqrt{r^2 + h^2}}$

Or ici, nous savons que la corde $\overset{\frown}{AA''}$ est de même longueur que le périmètre du disque de base de rayon r, donc :

$\overset{\frown}{AA''} = 2\pi r$ d'où : $\alpha(rad) = \frac{2\pi r}{\sqrt{r^2 + h^2}}$

→ En utilisant la relation de conversion entre les radians et les degrés *(produit en croix ci-dessus)*, on trouve finalement que :

$\alpha(°) = \alpha(rad) \times \frac{360}{2\pi} = \frac{\cancel{2\pi} r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \times \frac{360}{\cancel{2\pi}}$ d'où :

$$\boxed{\alpha \text{ (en degrés)} = \frac{\mathbf{360 \times r}}{\sqrt{\mathbf{r^2 + h^2}}}}$$