

Calcul littéral et résolution d'équations

A) **Substitution** : je remplace une lettre (« inconnue » ou « variable ») par sa valeur dans l'expression littérale.

Exemples :

- « Je sais qu'un rectangle a pour dimensions :
 $L = 5 \text{ cm}$ et $l = 3 \text{ cm}$. Que vaut son aire $A = L \times l$? »
 $\rightarrow A = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$
- « Je sais que $x = -1$. Faire la substitution pour $B = x^2 + x + 2$. »
 $\rightarrow B = (-1)^2 + (-1) + 2 = 1 - 1 + 2 = 2$

B) **Réduction d'une expression** :

- ✓ Elle se fait généralement lorsqu'on développe une expression
- ✓ je **regroupe** les **termes de même ordre** (termes en x^2 , termes en x , termes constants...)
- ✓ j'ajoute les termes de même ordre entre eux (**réduction**)
- ✓ je fais disparaître les symboles « \times » (multiplier) se trouvant entre un nombre et une lettre (**réduction**)
- ✓ je fais disparaître les facteurs 1 devant les lettres : $1 \times y = y$ (**réduction**)
- ✓ Penser à **ordonner** les termes : généralement des termes d'ordre le plus haut vers les termes constants)

Exemples :

- « Réduis : $C = 2 \times x^2 + 1 \times x + 3 + 5 \times x^2 + 7 - x$. »
 $\rightarrow C = 2x^2 + x + 3 + 5x^2 + 7 - x$ (« \times » et facteurs « 1 » inutiles supprimés)
 $C = 2x^2 + 5x^2 + \cancel{x} - \cancel{x} + 3 + 7$ (termes regroupés et ordonnés)
 $C = 7x^2 + 0 + 10$ (termes de même ordre ajoutés)
 $C = 7x^2 + 10$ (c'est réduit !)
- « Réduis : $C = 2y^2 - y^2 + 3x + 5 \times x + 2 - x$. »
 $\rightarrow C = 2y^2 - y^2 + 3x + 5x + 2 - x$ (« \times » inutile supprimé)
 $C = 2y^2 - y^2 + 3x + 5x - x + 2$ (termes regroupés et ordonnés)
 $C = y^2 + 7x + 2$ (c'est réduit !)

C) **Développement** : je change l'expression d'un membre de façon à ce qu'il y ait principalement des **termes**.

L'expression développée est de la forme : $A \pm B \pm C \pm \dots$

Exemples :

- $3x^2 + 2y^2 - 4x + 5$ est une **expression développée**
- $(3x - 4)x + 2y^2 + 5$ est une expression qui n'est **pas complètement développée**
- $(5x + 3)(2x - 5)$ n'est **pas une expression développée**

D) **Factorisation** : je change l'expression d'un membre de façon à ce qu'il y ait principalement des **facteurs**.

L'expression factorisée est de la forme : $A \times B \times C \times \dots$

Exemples :

- $3x^2 + 2y^2 - 4x + 5$ n'est **pas une expression factorisée**
- $(3x - 4)x + 2x^2$ est une expression qui n'est **pas complètement factorisée**
- $(5x + 3)(2x - 5)$ est **une expression factorisée**

E) **Distributivité** :

Pour **développer** ou **factoriser** une expression, on peut utiliser la :

a) **Distributivité simple** :

Développement :

$$\begin{array}{ccc} \text{Forme} & & \text{Forme} \\ k \times (a \pm b) = k \times a \pm k \times b & & \\ \text{factorisée} & & \text{développée} \end{array}$$

Factorisation :

$$\begin{array}{ccc} \text{Forme} & & \text{Forme} \\ k \times a \pm k \times b = k \times (a \pm b) & & \\ \text{développée} & & \text{factorisée} \end{array}$$

b) Distributivité double :

$$\text{Développement : } (a \pm b) \times (c \pm d) = a \times c \pm a \times d \pm b \times c \pm b \times d$$

Forme
factorisée

Forme
développée

Factorisation : possible aussi (mais peu fréquente en collège).

c) Exemples :

- $2(x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$
- $x(x - 2) = x^2 - 2x$
- $3a(a + b) = 3a^2 + 3ab$
- $(x + 5)(2x + 1) = 2x^2 + x + 10x + 5 = 2x^2 + 11x + 5$
- $(x - 5)(2x - 1) = 2x^2 + x \times (-1) - 5 \times 2x - 5 \times (-1)$
 $= 2x^2 - x - 10x + 5$
 $= 2x^2 - 11x + 5$

E) Résolution d'une équation :

- une équation contient **deux membres égaux**
- je cherche à **isoler x**, de façon à trouver la (ou les) valeurs de x qui rendent cette égalité vraie

Exemple : « résoudre $5x + 3 = 2x + 5$. »

Je cherche à isoler x dans un membre en changeant l'expression :

$$5x - 2x = 5 - 3$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Puis penser à **vérifier** cette solution en substituant dans les deux membres...