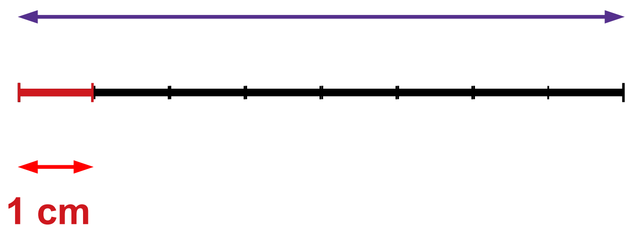
PÉRIMÈTRES et AIRES

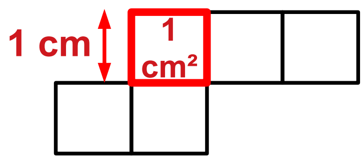
- Pour mesurer une **longueur** (1 dimension = 1D), on a besoin d'une unité de mesure : on peut utiliser un **segment** de 1 cm, ou 1 m par exemple.
  - Cette **unité de longueur** vaut : 1 cm

Longueur = 8 × **1 cm** = 8 cm



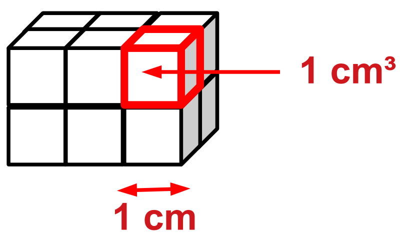
- Pour mesurer une **surface** (2 dimensions = **2D**), on a besoin d'une unité de mesure : on peut utiliser un **carré** de 1 cm de côté, ou 1 m de côté par exemple.
  - On dit alors qu'un **carré** de 1 cm de côté mesure 1 centimètre **carré**.
  - Cette **unité d'aire (surface)** vaut : $1\ cm^2$

Aire = 5 × **1 cm²** = 5 cm²



- Pour mesurer un **volume** (3 dimensions = **3D**), on a besoin d'une unité de mesure : un **cube** de 1 cm de côté, ou 1 m de côté par exemple.
  - On dit alors qu'un **cube** de 1 cm de côté mesure 1 centimètre **cube**.
  - Cette **unité de volume** vaut : $1\ cm^3$

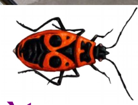
Volume = 12 × **1 cm³** = 12 cm³



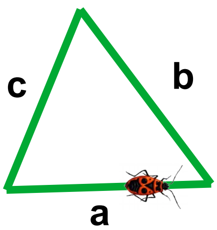
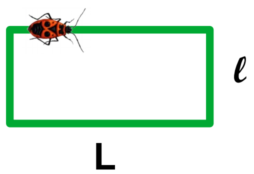
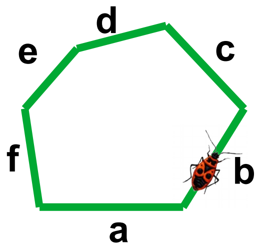
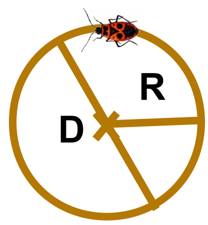
- **Périmètre d'une figure :**

Vous connaissez probablement cette expression policière :

« Bouclez le **périmètre** ! »

Eh ! Bien, imaginez un **« gendarme »** (**l'insecte**  , pas le soldat...) se baladant sur les **rubalises** qui bouclent le **périmètre** :

Le **périmètre** est donc la **longueur de ce contour** (**distance parcourue par le gendarme**) ! En voici quelques exemples :

Polygones (figures à plus de 2 côtés)			**Cas particulier :**
Triangle	Rectangle	Hexagone	Cercle ($\pi \approx$ **3,14**)
			
$\mathscr{P}$ = a + b + c	$\mathscr{P}$ = L + ℓ + L + ℓ = 2×L + 2×ℓ	$\mathscr{P}$ = a+b+c+d+e+f	$\mathscr{P}$ = π×2×R = π×D

- **Aire d'une surface :**
  - **Cas du rectangle**

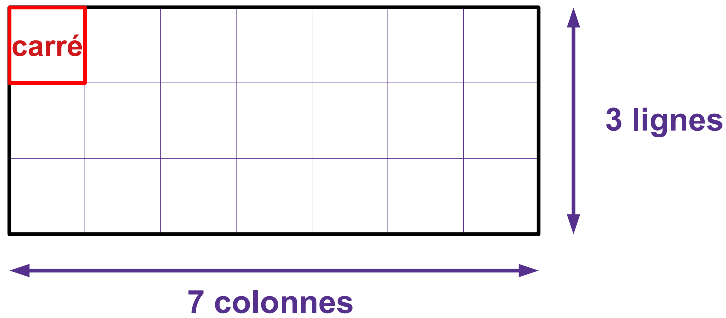
Je veux calculer l'aire de cette tablette de chocolat.

Je choisis comme **unité d'aire : un carré de chocolat**.

Je n'ai alors qu'à compter les carrés :

largeur : 3 carrés (nombre de lignes)

longueur : 7 carrés (nombre de colonnes)

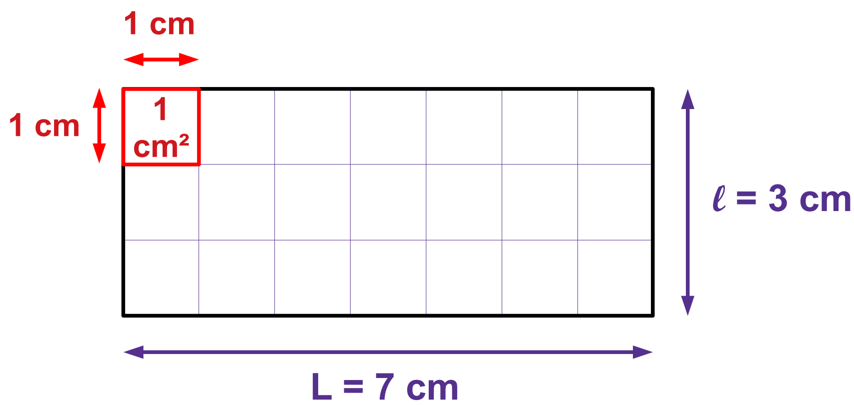


Aire (en **carrés**) = 7 carrés sur une ligne × 3 lignes = **21 carrés**

Je peux ensuite décider de choisir comme **unité d'aire : un centimètre carré** :

largeur ℓ = 3 cm

longueur L = 7 cm



Aire (en **cm²**) = Longueur × largeur = L × ℓ = **21 cm²**

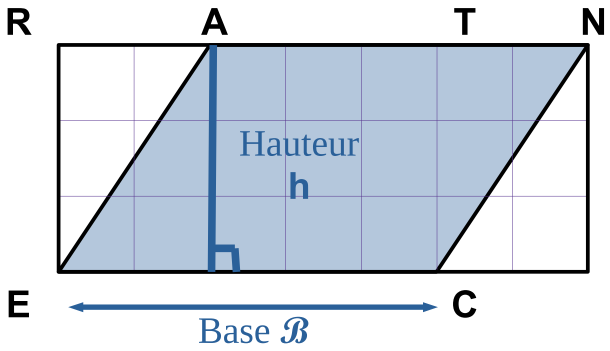
Il y a donc 21 carrés de 1 cm² qui couvrent cette surface !

Plus généralement, la formule de l'**aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle** est :

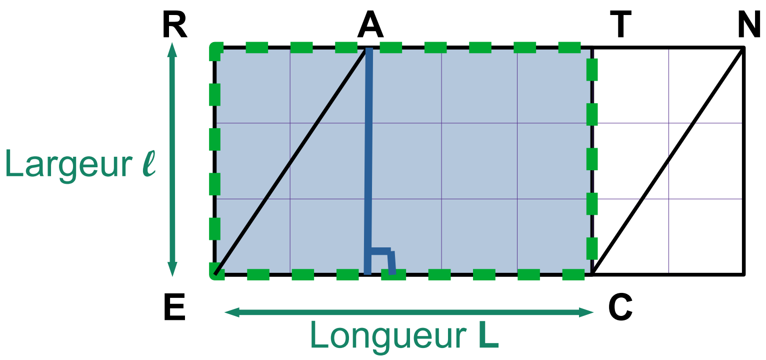
$$\mathcal{A} = L \times \ell$$

- **Cas du parallélogramme**

░ Prenons un parallélogramme (NAEC) de **hauteur h** et **base $\mathscr{B}$** : on peut constater ici que les triangles (ARE) et (NTC) sont identiques.



░ En découpant (NTC) et en le superposant sur (ARE), on s'aperçoit que la surface du parallélogramme est la même que celle du rectangle (RECT).



Or la **longueur L** du rectangle (RECT) vaut : **L** = $\mathscr{B}$

et la **largeur ℓ** du rectangle (RECT) vaut : ℓ = **h**

Donc l'aire du parallélogramme (NAEC) vaut celle du rectangle (RECT) : $\mathcal{A} = L \times \ell = \mathscr{B} \times h$

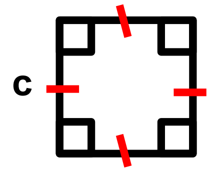
░ La formule de l'**aire $\mathcal{A}$ d'un parallélogramme** est :

$\mathcal{A} = \mathscr{B} \times \mathbf{h}$ ⭐⭐⭐

J’en déduis d’autres cas :

Le carré :

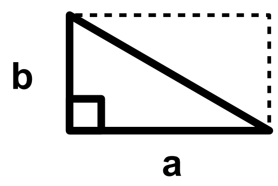
Rectangle dans lequel L = ℓ = c :



> L’**aire $\mathcal{A}$ d’un carré** vaut :
>
> $$\mathcal{A} = c \times c = c^2$$
>
> *(notation : c^2 = « c au carré »)*

Le triangle rectangle :

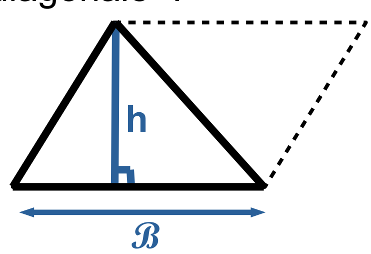
Rectangle coupé en deux par une diagonale, dans lequel L = a et ℓ = b :



> L’**aire $\mathcal{A}$ d’un triangle rectangle** vaut :
>
> $$\mathcal{A} = (a \times b) \div 2 = \frac{a \times b}{2}$$

Le triangle quelconque :

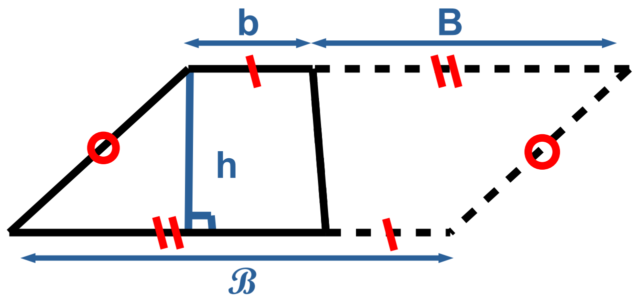
Parallélogramme coupé en deux par une diagonale :



> L’**aire $\mathcal{A}$ d’un triangle quelconque** vaut :
>
> $$\mathcal{A} = (\mathcal{B} \times h) \div 2 = \frac{\mathcal{B} \times h}{2}$$

- **Le trapèze :**

  Parallélogramme constitué de deux trapèzes identiques de **grande base B** et de **petite base b** :



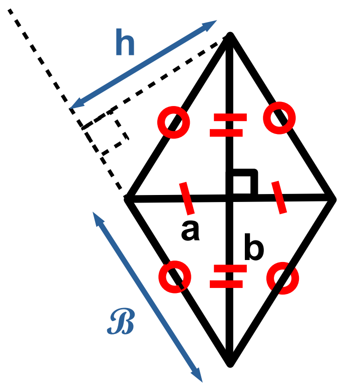
> L'**aire $\mathcal{A}$ d'un triangle quelconque** vaut :
>
> $$\mathcal{A} = (B + b) \times h \div 2 = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

- **Le losange :**

  Je peux considérer que c'est un parallélogramme à 4 côté égaux…

  Ou bien je peux considérer quelconque c'est une figure formée de 4 triangles rectangles identiques…

  Je note b la valeur du demi-grand axe et je note a celle du demi-petit axe...

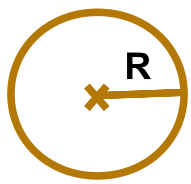


> L'**aire $\mathcal{A}$ d'un losange** vaut :
>
> $\mathcal{A} = \mathcal{B} \times h$ ou $\mathcal{A} = 2 \times a \times b$

- <u>**Cas particulier du disque**</u> **:**

  Quand j'étudie la surface d'un cercle, je ne parle plus de cercle mais de **disque**. Là, pas de solution simple…

  Il faut savoir la formule par !



> L'**aire $\mathcal{A}$ d'un disque** vaut :
>
> $$\mathcal{A} = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$$