

## TROUVER LE PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) DE DEUX NOMBRES ENTIERS

= Trouver un diviseur, commun à deux entiers, qui soit le plus grand possible

Exemple :  $\text{PGCD} ( 80 ; 180 ) = \text{PGCD} ( 180 ; 80 ) = 20$

72 et 32 ont d'autres diviseurs en commun {1 ; 2 ; 4 ; 10 ; 20}, mais 20 est le plus grand.

### 1<sup>ère</sup> méthode (avec des entiers « faciles »)

Je les décompose en nombres premiers :

$$180 = 18 \times 10 = 2 \times 9 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$80 = 8 \times 10 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5$$

La seule composition possible qui soit la plus grande est :  $2 \times 2 \times 5 = 20 = \text{PGCD} ( 180 ; 80 )$

### 2<sup>ème</sup> méthode (avec des entiers « difficiles »)

Je les divise par des nombres premiers de plus en plus grands :

$$180 \div 2 = 90$$

$$80 \div 2 = 40$$

$$90 \div 2 = 45$$

$$40 \div 2 = 20$$

$$45 \div 5 = 9 \quad \text{donc } 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$20 \div 2 = 10$$

$$\text{donc } 80 = 2^4 \times 5 = 2^2 \times 2^2 \times 5$$

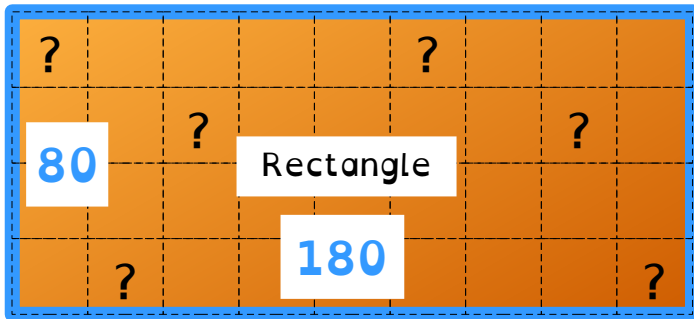
$$9 \div 3 = 3$$

$$10 \div 2 = 5$$

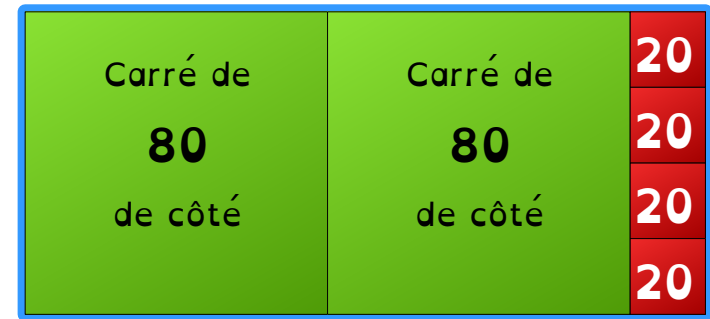
$$3 \div 3 = 1$$

$$5 \div 5 = 1$$

$$\text{donc } \text{PGCD} ( 180 ; 80 ) = 2^2 \times 5 = 20$$



Autre stratégie !



Je veux diviser le rectangle de  $180 \times 80$  avec des carrés de côtés entiers les plus grands possibles. Je retire chaque fois les carrés les plus grands possible, et je vois ce qu'il reste.

### 3<sup>ème</sup> méthode (par soustraction)

Toujours  
calculer :  
GRAND - petit

$$180 - 80 = 100$$

$$100 - 80 = 20$$

$$80 - 20 = 60$$

$$60 - 20 = 40$$

$$40 - 20 = 20 = \text{PGCD} ( 180 ; 80 )$$

$$20 - 20 = 0$$

### 4<sup>ème</sup> méthode (algorithme d'Euclide)

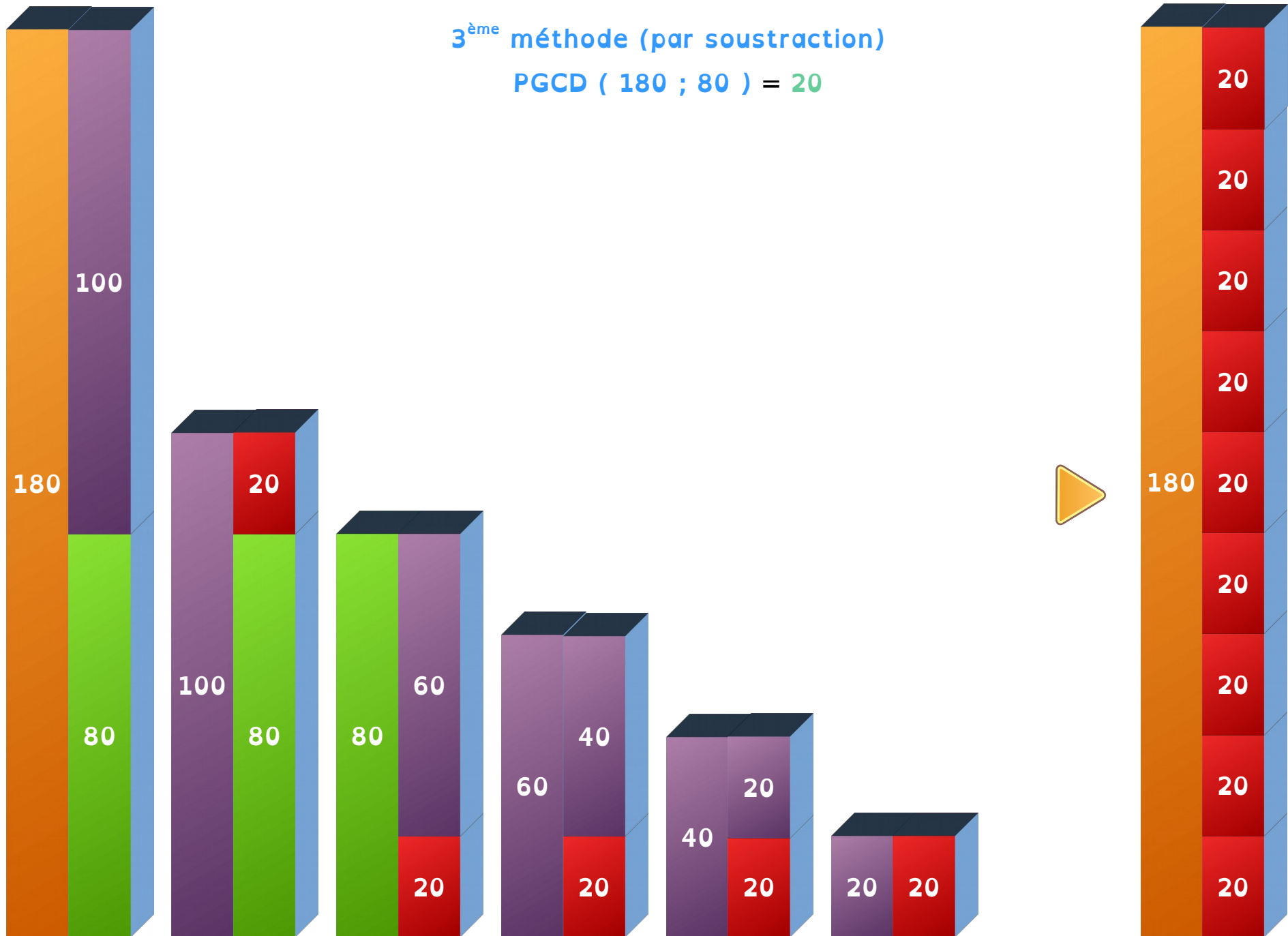
Plus  
Rapide !

$$180 = 2 \times 80 + 20 \quad (180 \div 80 \rightarrow Q=2 \quad R = 20)$$

$$80 = 4 \times 20 + 0 \quad (80 \div 20 \rightarrow Q=4 \quad R = 0)$$

$$\text{donc PGCD} ( 180 ; 80 ) = 20$$

3<sup>ème</sup> méthode (par soustraction)  
 PGCD ( 180 ; 80 ) = 20



4<sup>ème</sup> méthode (algorithme d'Euclide)

$$\text{PGCD} ( 180 ; 80 ) = 20$$

