CORRIGE TEST 1 2014-2015

Exercice 1 : **(…… / 4 pts)**

1) Le prix d'un article baisse de 50% puis de 60%. Le prix a baissé en tout de : d) 80%

2) Soit (u_n) la suite arithmétique de raison (-3) telle que $u_1 = 77$.
u_{50} est égal à : c) (-70) Justification : $u_{50} = u_1 - 3 \times (50-1)$

3) La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 6 \times \left(\frac{5}{6}\right)^n$ a pour limite : a) 0

4) Le nombre d'exemplaires vendus **au cours des 45 semaines écoulées depuis sa parution** est d'environ
c)718 927 Justification : $10000 \times \frac{1-1{,}02^{45}}{1-1{,}02}$

Exercice 2 : **(…… / 3 pts)**

On considère la suite (u_n) définie pour tout n entier naturel par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + n + 1$

1) Calculer u_1 ; u_2 et u_3.

$\boldsymbol{u_1} = u_0 + 0 + 1 = \mathbf{2}$; $\boldsymbol{u_2} = u_1 + 1 + 1 = \mathbf{4}$; $\boldsymbol{u_3} = u_2 + 2 + 1 = \mathbf{7}$

2) La suite (u_n) est-elle géométrique ? Justifier.

$u_2 = 2\,u_1$ mais $2\,u_2 = 8$ or $u_3 = 7$, donc **la suite (u_n) n'est pas géométrique.**

3) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

$u_{n+1} = u_n + n + 1 \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = n + 1$ or $n +\ > 0$ car n est un entier naturel. Ainsi $u_n < u_{n+1}$ d'où **la suite (u_n) est strictement croissante.**

Exercice 3 : **(…… / 5,5 pts)**

Un laboratoire pharmaceutique souhaite tester le temps de réaction d'un nouvel antibiotique contre le m bacille de Koch responsable des tuberculoses. Pour cela, on dispose d'une culture de 10^{10} bactéries dans laquelle on introduit l'antibiotique. On remarque que le nombre de bactéries est divisé par quatre toutes les heures.

PARTIE A :

On a crée la feuille de calcul ci-contre donnant le nombre de bactéries en fonction du temps n en heures :

	A	B
1	Nombre d'heures n	Nombre de bactéries
2	0	10 000 000 000
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	

1) Quelle formule va-t-on entrer **dans la cellule B3** pour calculer le nombre de bactéries au bout d'une heure, de sorte qu'en recopiant cette formule vers le bas on puisse compléter les lignes suivantes ?
Il faut écrire « =B2/4 » ou « =B2*0,25 »

2) On a recopié la formule ci-dessus jusqu'en B18. Quelle formule se trouve **en B18** ? **« =B17/4 »**
Que représente concrètement la valeur calculée dans cette cellule ? En A18, on aura 16 comme valeur ; donc **la cellule B18 donne ma population de bactéries au bout de 16 heures.**

PARTIE B :

On note u_0 le nombre de bactéries au moment de l'introduction de l'antibiotique. Soit (u_n) avec n entier naturel, la suite représentant le nombre de bactéries contenues dans la culture n heures après l'introduction de l'antibiotique.

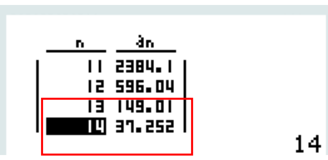
1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

$\boldsymbol{u_{n+1} = 0{,}25\, u_n}$.

2) En déduire que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,25.
Division par 4 toutes les heures , c'est multiplier par 0,25.On a donc une suite géométrique de raison 0,25 et de premier terme $\boldsymbol{u_0 = 10^{10}}$

3) Exprimer u_n en fonction de n.
$u_n = u_0 \times q^n$; $\boldsymbol{u_n = 10^{10} \times 0{,}25^n}$

4) Au bout de combien d'heures le nombre de bactéries deviendra-t-il inférieur à 100 ? *(On arrondira à l'unité)*

A la calculatrice : 

Au bout de 14h, le nombre de bactéries sera inférieur à 100.

Exercice 4 :

Le 1er janvier 2000, un client a placé 3 000€ à intérêts composés au taux annuel de 2,5%.

On note C_n le capital du client au 1er janvier de l'année 2 000+ n, où n est un entier naturel.

1) Calculer C_1 et C_2. Arrondir les résultats au centime d'euro.

Le coefficient multiplicateur associé au taux annuel de 2,5% est 1,025.

$$C_1 = 3000 \times 1{,}025 = 3075 \quad \text{et} \quad C_2 = 3075 \times 1{,}025 \approx 3151{,}88$$

Le montant en euros du capital au 1er janvier 2001, est $C_1 = 3075$ et au 1er janvier 2002 $C_2 \approx 3151{,}88$

2) Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a la relation :
$C_n = 3000 \times 1{,}025^n$.

Pour tout nombre entier naturel n, $C_{n+1} = 1{,}025 \times C_n$. La suite (C_n) est une suite géométrique de raison 1,025 et de premier terme $C_0 = 3000$. Donc :

pour tout nombre entier naturel n, $C_n = 3000 \times 1{,}025^n$.

3) On donne l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre S supérieur à 3 000
Traitement	Affecter à n la valeur 0. *Initialisation* Affecter à U la valeur 3 000 *Initialisation* Tant que $U \leqslant S$ n prend la valeur $n+1$ U prend la valeur $U \times 1{,}025$ Fin tant que
Sortie	Afficher le nombre $2000 + n$

a) Pour la valeur S = 3 300 saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.
Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	2	3	4
Valeur de U	3000	3075	3152	3231	3311
Condition $U \leqslant S$	vrai	vrai	vrai	vrai	**FAUX**

b) En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3 300.

Pour $n = 4$, $U > 3300$ donc l'affichage obtenu est 2004

c) Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.

Cet algorithme permet de déterminer l'année à partir de laquelle le montant du capital sera supérieur à S.

4) Au 1er janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5 000€. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.

$$C_{13} = 3000 \times 1{,}025^{13} \approx 4135{,}53$$

Avec ce placement, la somme disponible au 1er janvier 2013 était de 4135,53€.

5) A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir du 1er janvier de quelle année, le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 2.

A la calculatrice, on cherche quand est-ce que le capital sera au moins de 6000€. Il faudra n = 29, soit en 2029.