

## Exercice 1 : (..... / 4 points)

1- Le prix d'un produit est passé de 200 € à 100€. Cette évolution correspond à deux baisses successives et identiques d'environ :

a) 50%

b) 25%

c) 29%

d) 71%

$200 \times 0,71^2 = 100,82$  d'où baisse de 29 %.

**Réponse 1) c)**

2 - Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5% et cela pendant 3 mois consécutifs. Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

a)  $1,05^3$ 

b) 1,15

c)  $3 \times 1,05$ 

d) 1,45

Augmenter de 5% , c'est multiplier par 1,05.

**Réponse 2)a)**

3- La suite  $(u_n)$  est la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 400$  et de raison 0,5.

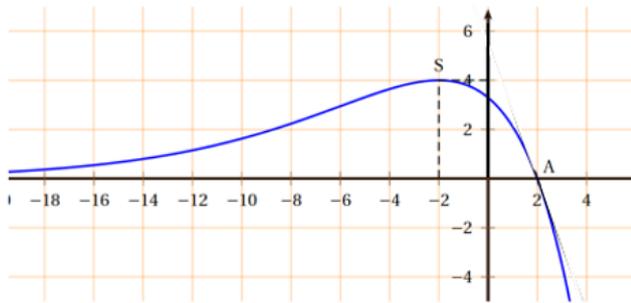
La somme  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$  est égale à :

a)  $800 \times (1 - 0,5^{10})$ b)  $800 \times (1 - 0,5^{11})$ c)  $2 \times (1 - 0,5^{10})$ d)  $2 \times (1 - 0,5^{11})$ 

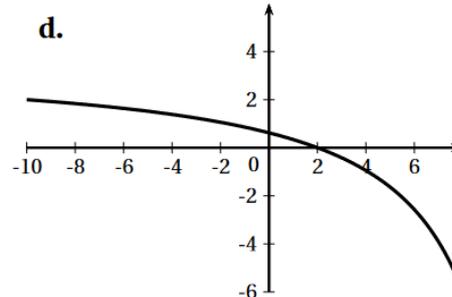
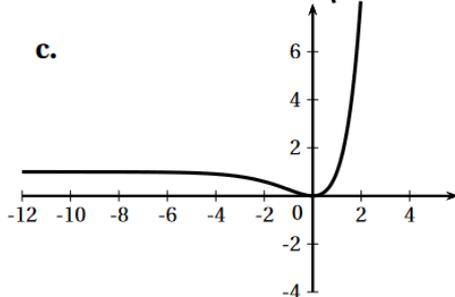
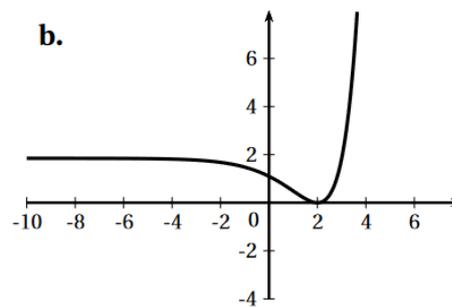
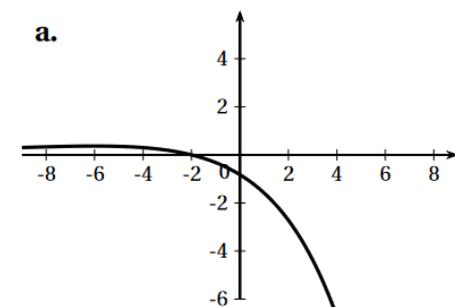
$S = 400 \frac{1 - 0,5^{11}}{1 - 0,5}$  ;  $S = 800 (1 - 0,5^{11})$

**Réponse 3)b)**

4- On a tracé ci-dessous la courbe représentative  $C_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .



Parmi les 4 courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction dérivée de la fonction  $f$  ?

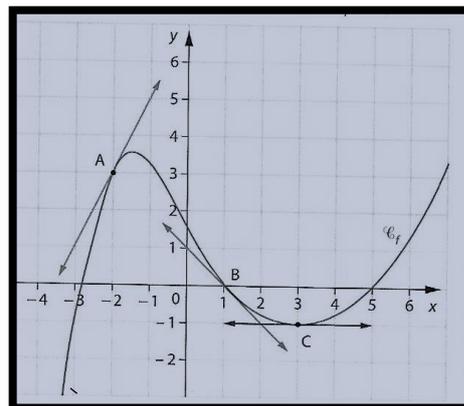


La fonction  $f$  étant strictement croissante sur  $] -\infty ; -2[$  puis strictement décroissante ensuite, sa dérivée sera positive sur  $] -\infty ; -2[$  puis négative ensuite

**Réponse 4)a)**

**Exercice 2 :**

La courbe  $\mathcal{C}_f$  ci-contre représente une fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$ . On a tracé les tangentes à la courbe  $\mathcal{C}_f$  en A, B et C.



1) Par lecture graphique :

a) Donner  $f(-2)$  ;  $f(1)$  et  $f(3)$ .

$f(-2) = 3$  ;  $f(1) = 0$  ;  $f(3) = -1$

b) Donner  $f'(-2)$  et  $f'(3)$

$f'(-2) = 2$  et  $f'(3) = 0$

c) Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.

L'équation de la tangente au point d'abscisse 1 est :

$y = -x + 1$

2) a) Pour  $x \in [0 ; 6]$ , dresser le tableau de signe de  $f(x)$ .

$x$	0	1	5	6		
Signe de $f(x)$		+	0	-	0	+

b) Pour  $x \in [3 ; 5]$ , déterminer le signe de  $f'(x)$ .

**Sur  $[3 ; 5]$ , la fonction  $f$  est croissante. Sa dérivée est donc positive ou nulle.**

**Exercice 3 :**

Une entreprise commercialise une nouvelle peinture anti-bruit, composée de microbilles en verre, qui capture l'air lors de l'application d'une couche. Chaque couche permet de réduire l'intensité des sons de 20%.

On note  $I_n$  l'intensité en décibels (dB) d'un son traversant  $n$  couches de peinture isolante.

On considère un son de 115 dB. On a  $I_0 = 115$ .

1) Quelle est la nature de la suite  $(I_n)$  ? Justifier.

La réduction de l'intensité des sons est de 20%, ce qui revient à passer d'un terme à l'autre de la suite en multipliant par 0,8. On a donc  $I_{n+1} = 0,8 I_n$ . **La suite  $(I_n)$  est donc géométrique de 1<sup>er</sup> terme  $I_0 = 115$  et de raison 0,8.**

2) a) Donner l'expression de  $I_n$  en fonction de  $n$ .

$I_n = 115 \times 0,8^n$

b) Déterminer la limite de la suite  $(I_n)$  et interpréter ce résultat.

$q = 0,8$  donc  $0 < q < 1$ . Ainsi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$

**Interprétation : Après un grand nombre de couches, il n'y aura plus aucun son perceptible.**

3) Un son n'est plus gênant si son intensité est inférieure ou égale à 60 dB.

On considère l'algorithme ci-contre :

```

1  VARIABLES
2  I EST_DU_TYPE NOMBRE
3  N EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  I PREND_LA_VALEUR 115
6  N PREND_LA_VALEUR 0
7  TANT_QUE (I>60) FAIRE
8  DEBUT_TANT_QUE
9  N PREND_LA_VALEUR N+1
10 I PREND_LA_VALEUR 0.8*I
11 FIN_TANT_QUE
12 AFFICHER N
13 FIN_ALGORITHME
    
```

a) Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant :

Tester $I > 60$		Vrai	Vrai	Vrai	Faux
Valeur de $I$	115	92	73,6	58,88	
Valeur de $N$	0	1	2	3	

b) Quelle sera la valeur affichée en sortie de l'algorithme ?  **$N = 3$**

c) Interpréter cette valeur affichée dans le contexte du problème.

**Il faudra 3 couches de peinture pour que le son ne soit plus gênant.**

Exercice 4 :

Une ébénisterie fabrique entre 10 et 40 bibliothèques par mois. On estime le coût de fabrication de  $q$  bibliothèques à :

$$C(q) = 0,1 q^3 + 50 q + 200 \text{ en euros.}$$

Chaque bibliothèque est vendue 320 €.

1) a) Déterminer le coût de fabrication de 12 bibliothèques.

$$C(12) = 0,1 \times 12^3 + 50 \times 12 + 200 \quad ; \quad C(12) = 972,8.$$

**Ainsi le coût de fabrication de 12 bibliothèques est de 972,8€.**

c) L'ébénisterie dégage-t-elle des bénéfices pour la fabrication et la vente de 12 bibliothèques ?

Prix de vente des 12 bibliothèques  $12 \times 320 = 3840$

Calcul du bénéfice :  $3840 - 972,8 = 2867,2$ . **Donc elle dégage un bénéfice pour la fabrication et la vente de 12 bibliothèques.**

2) On note  $B(q)$  le bénéfice en euro obtenu par la fabrication et la vente de  $q$  bibliothèques.

a) Montrer que  $B(q) = -0,1q^3 + 270q - 200$ .

$$B(q) = 320q - C(q) = 320q - (0,1q^3 + 50q + 200) = -0,1q^3 + 270q - 200$$

**Ainsi  $B(q) = -0,1q^3 + 270q - 200$ .**

b) Etudier les variations de  $B$  sur l'intervalle  $[10 ; 40]$ .

$$B'(q) = -0,1 \times 3q^2 + 270 \quad ; \quad B'(q) = -0,3q^2 + 270 \quad \quad B'(q) = 0,3 (-q^2 + 900)$$

$$B'(q) = 0,3 (30 - q) (30 + q).$$

Sur  $[10 ; 40]$ , le signe de  $B'$  sera du signe de  $(30 - q)$ .

$q$	10	30	40
Signe de $B'(q)$	+	0	-
Variations de $B$		5200	
	2400		4200

**$B$  est donc croissante sur  $[10 ; 30]$ , décroissante sur  $[30 ; 40]$ .**

c) En déduire le nombre de bibliothèques que l'ébénisterie doit fabriquer et vendre par mois pour dégager un bénéfice maximal.

**L'ébénisterie doit fabriquer et vendre 30 bibliothèques par mois pour dégager un bénéfice maximal.**