CORRIGE TEST 3 (1h) **TES**

Exercice 1 :

Pierre, le président d'un club de judo, veut acheter 60 médailles ayant la même référence. Elles sont gravées à l'effigie d'une ou d'un champion Doullet , Rinar et Vécosse. Il passe commande chez un grossiste qui travaille avec deux fournisseurs A et B. Le tableau suivant indique les caractéristiques du colis contenant les 60 médailles envoyées par le grossiste :

	Doullet (D)	Rinar (R)	Vécosse (V)	TOTAL
Fournisseur A	10	10	10	30
Fournisseur B	5	10	15	30
TOTAL	15	20	25	60

1) Compléter le tableau ci-dessus.

Pierre reçoit le colis, et tire au hasard une médaille. Dans la suite de l'exercice, on suppose que chaque médaille a la même probabilité d'être tirée.

2) a) Montrer que la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse est égale à $\frac{5}{12}$:

$p(V) = \frac{25}{60}$; $\boldsymbol{p(V) = \frac{5}{12}}$ **. La probabilité que la médaille soit à l'effigie de Vécosse est bien égale à** $\boldsymbol{\frac{5}{12}}$ **.**

b) Quelle est la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse et provienne du fournisseur B ?

$p(V \cap B) = \frac{15}{60}$; $\boldsymbol{p(V \cap B) = \frac{1}{4}}$ **= 0,25.**

La probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse et provienne du fournisseur B est 0,25.

c) Pierre constate que la médaille tirée est à l'effigie de Vécosse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B ?

$p_V(B) = \frac{15}{25}$; $\boldsymbol{p_V(B) = \frac{3}{5}}$ **= 0,6 .**

La probabilité que la médaille à l'éffigie de Vécosse provienne du fournisseur B est de 0,6.

Pierre remet la médaille tirée.

3) Pierre répète maintenant trois fois de suite les mêmes gestes :
- il tire au hasard une médaille ;
- il note l'effigie du champion et remet la médaille dans le colis.

Quelle est la probabilité qu'au moins une des médailles soit à l'effigie de Vécosse ?

On rédigera avec précision cette question.

Comme Pierre remet à chaque fois la médaille dans le colis, la situation est modélisée par la répétition de trois épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

La loi de probabilité associée au nombre médailles à l'effigie de Vécosse est une loi binomiale de paramètres 3 et $\frac{5}{12}$.

L'évènement « au moins une des trois médailles est à l'effigie de Vécosse » est l'évènement contraire de l'évènement « aucune des trois médailles n'est à l'effigie de Vécosse » .

Ainsi $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$; $P(X \geq 1) = 1 - (\frac{7}{12})^3$; $\boldsymbol{P(X \geq 1) = \frac{1385}{1728}}$ **.**

La probabilité qu'au moins une des médailles soit à l'effigie de Vécosse est de $\boldsymbol{\frac{1385}{1728}}$

Exercice 2 :

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut être à la fois porteur du virus et de la bactérie. L'angine est bactérienne dans 20% des cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30% des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

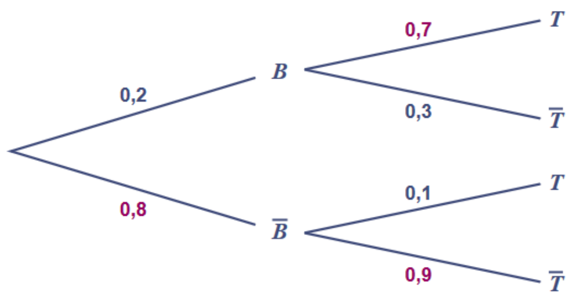
- B l'évènement : « l'angine du malade est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

— L'angine est bactérienne dans 20 % des cas d'où $p(B) = 0{,}2$ et $p(\overline{B}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

— si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas d'où $p_B(\overline{T}) = 0{,}3$ et $p_B(T) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

— si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas d'où $p_{\overline{B}}(T) = 0{,}1$ et $p_{\overline{B}}(\overline{T}) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$.

L'arbre pondéré traduisant cette situation est :



2) a) Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif ?

$p(B \cap T) = p(B) \times p_B(T)$; $p(B \cap T) = 0{,}2 \times 0{,}7$; $\boldsymbol{p(B \cap T) = 0{,}14}$.

La probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif est égale à 0,14.

b) Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.

Les évènements B et $\overline{B}$ forment une partition de l'univers, alors d'après la formule des probabilités totales :

$p(T) = p(B \cap T) + p(\overline{B} \cap T)$; $p(T) = 0{,}14 + p(\overline{B}) \times p_{\overline{B}}(T)$; $p(T) = 0{,}14 + 0{,}8 \times 0{,}1$; $\boldsymbol{p(T) = 0{,}22}$

La probabilité que le test soit positif est égale à 0,22.

c) Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité que son angine soit bactérienne ?

$p_T(B) = \frac{p(B \cap T)}{p(T)}$; $p_T(B) = \frac{0{,}14}{0{,}22}$; $p_T(B) = \frac{0{,}07}{0{,}11}$; $\boldsymbol{p_T(B) = \frac{7}{11}}$.

La probabilité qu'un malade dont le test est positif ait une angine d'origine bactérienne est égale à $\frac{7}{11}$

3) On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.

On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

a) Quelle est la loi de probabilité par X ? Justifier et donner ses paramètres.

Pour chacun des malades atteints d'une angine, il n'y a que deux issues possibles, le test est positif ou pas. Il s'agit donc de la répétition de cinq épreuves de Bernoulli (ce qui signifie identiques et indépendantes) dont la probabilité du succès est égale à 0,22.

Ainsi : **X suit la loi binomiale de paramètres *n* = 5 et *p* = 0,22.**

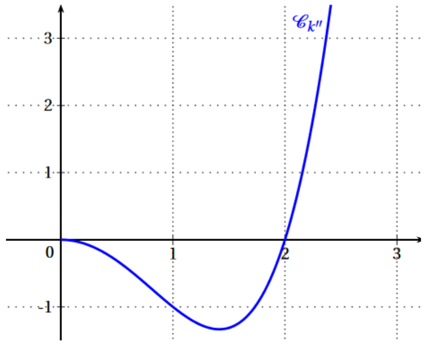
b) Calculer la probabilité qu'au moins un des cinq malades ait un test positif.

Ainsi $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$; $P(X \geq 1) = 1 - (0{,}78)^5$;

La probabilité qu'un des 5 malades ait un test positif est d'environ 0,711.

Exercice 3 : **SUR CETTE FICHE.**

Dans cet exercice , on entourera la lettre de la bonne réponse et on justifiera le choix.



1) On a tracé ci-contre la représentation graphique de la dérivée seconde k'' d'une fonction k définie sur $[0 ; +\infty[$.

a. *k* est concave sur l'intervalle [1 ; 2]

b. k est convexe sur l'intervalle [0 ; 2]

c. k est convexe sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$

d. k est concave sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$

JUSTIFICATION :

On regarde le signe de k'' pour étudier la convexité de k.

Sur [0 ; 2] , la dérivée seconde est négative ou nulle. Ainsi k est concave. D'où **Réponse a.**

Pour les questions 2) et 3) suivantes, on considère une fonction f deux fois dérivable sur [-5 ; 3]. On donne ci-contre le tableau de variation de f '.

x	-5	-1	1	3
Variation de f'	$-0,5$ ↘	-3 ↗	0 ↗	4

2) La fonction f est :

a) croissante sur [-5 ; 3] **b) décroissante sur [-5 ; 1]**

c) décroissante sur [-5 ; 3] d) croissante sur [-1 ; 3]

JUSTIFICATION :

Le signe de f ' donne le sens de variation de f.

Sur [-5 ; 1], f ' est négative ou nulle. Ainsi f est strictement décroissante. D'où **Réponse b.**

3) La fonction f est :

a) convexe sur [-5 ; -1] **b) concave sur [-5 ; -1]**

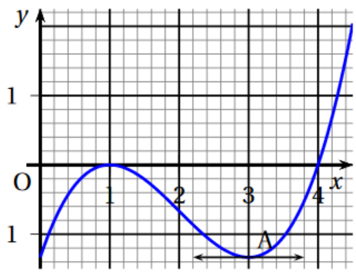
c) concave sur [-5 ; 1] d) convexe sur [-5 ; 3]

JUSTIFICATION :

Le sens de variation de f ' donne la convexité de f .

Sur [-5 ; -1], la fonction f ' est strictement décroissante . Ainsi sur [-5 ; -1], la fonction f est concave.

D'où **Réponse b.**



4) On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur [0 ; 5] ainsi que sa tangente horizontale au point d'abscisse 3.

Le signe de la fonction dérivée de g est

a) négatif sur [0 ; 1] **b) positif sur [3 ; 4]**

c) négatif sur [1 ; 4] d) change en $x = 4$

JUSTIFICATION :

Le sens de variation de g donne le signe de g '.

Sur [3 ; 4] , la fonction g est strictement croissante . Ainsi sur [3 ; 4], la fonction dérivée g' est positive.

D'où **Réponse b.**