

# PROGRAMME de Maths TERMINALE STI Spécialité Génie Optique, Arts Appliqués

[D'après le BO de l'Education Nationale](#)

## I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

### 1. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES

Les représentations graphiques tiennent une place importante : *donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques* étudiés dans les différentes parties du programme ; mettre en avant ses qualités de soin et de précision ; savoir combiner une compétence manuelle et une réflexion théorique. Savoir développer une *vision géométrique des problèmes* notamment en analyse, car la géométrie met au service de l'intuition et de l'imagination son langage et ses procédés de représentation.

### 2. PROBLÈMES NUMÉRIQUES

Les *problèmes et méthodes numériques* sont largement exploités, car ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi de s'entraîner à *combinaison l'expérimentation et le raisonnement* en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur.

### 3. PROBLÈMES ALGORITHMIQUES

Construction et *mise en forme* d'algorithmes, comparaison de leurs performances pour le traitement d'un même problème. *Aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigée.*

### 4. EMPLOI DES CALCULATRICES

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de *contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique.*

*Savoir utiliser une calculatrice programmable* dans les situations liées au programme, c'est :

- Savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme de la classe considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- Savoir programmer une instruction séquentielle ou conditionnelle et, en classe terminale, une instruction itérative, comportant éventuellement un test d'arrêt.

Il est conseillé de disposer d'un modèle dont les caractéristiques répondent aux spécifications et aux objectifs précédents et comportant, en vue de l'emploi dans les autres disciplines et dans les études supérieures, les fonctions statistiques (à une ou deux variables). En revanche, les écrans graphiques ne sont pas demandés.

### 5. IMPACT DE L'INFORMATIQUE

S'il convient d'utiliser les *matériels informatiques* existant, notamment à travers l'exploitation des *systèmes graphiques* (écrans, tables traçantes) et de s'habituer, sur des exemples simples, à

rédiger des *programmes* de manière méthodique, *aucune capacité n'est exigible* dans ce domaine.

## 6. UNITÉ DE LA FORMATION

*L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines : étude de situations* issues de ces disciplines, comprenant une phase de modélisation et une phase d'interprétation des résultats.

## 7. FORMATION SCIENTIFIQUE

*Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique*, loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence en fonction du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs importants.

## 8. RAISONNEMENT, VOCABULAIRE ET NOTATIONS

S'entraîner à la *pratique* des modes usuels de *raisonnement*. Connaître et utiliser sans excès les symboles  $\Rightarrow$  et  $\Leftrightarrow$ .

*Tout exposé de logique mathématique est exclu.*

Se limiter à un *vocabulaire modeste* et à *quelques notations simples*, qui sont indiqués dans les différents chapitres

# II. Algèbre, géométrie, probabilités

## 1. NOMBRES COMPLEXES

L'objectif est de compléter les acquis de la classe de Première, pour fournir des outils utilisés en algèbre, en trigonométrie et en sciences physiques. Les élèves doivent connaître les notations  $a + bi$  et  $a + bj$  cette dernière étant utilisée en électricité.

**Module, module d'un produit, inégalité triangulaire. Argument d'un nombre complexe non nul, notation  $re^{i\theta}$ .**

**Relation  $e^{i\theta}e^{i\theta} = e^{i(\theta+i\theta)}$ , lien avec les formules d'addition ; formule de Moivre.**

**Formules d'Euler :  $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$  ;  $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$**

*Les élèves doivent savoir interpréter géométriquement le module de  $b-a$ . Toute autre formulation de propriétés géométriques à l'aide de nombres complexes doit faire l'objet d'indications.*

**Interprétation géométrique de :  $z \rightarrow z+a$  et de  $z \rightarrow e^{i\theta}z$ .**

## Travaux pratiques

### **Résolution des équations du second degré à coefficients réels.**

*La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines  $n$ -ièmes de l'unité sont hors programme.*

### **Exemples de mise en œuvre des formules de Moivre et d'Euler (linéarisation de polynômes trigonométriques...).**

*On se bornera à des exposants peu élevés ; les formules trigonométriques ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées de même que les formules de conversion de sommes en produits et de produits en sommes.*

## 2. PROBABILITES

Etude de phénomènes aléatoires – notamment sur le concept de variable aléatoire. On se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue et les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance et de probabilité produit ne sont pas au programme.

*Pour les variables aléatoires, le programme ne porte que sur l'étude d'exemples.*

### **Variable aléatoire (réelle) prenant un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée ; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type.**

*On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'expriment commodément par l'affectation de probabilités  $p_1, p_2, \dots, p_n$  aux valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  d'une grandeur numérique  $X$  associée à une expérience aléatoire ; on dit alors que  $X$  est une variable aléatoire. Les événements  $(X = x_1), (X = x_2), \dots, (X = x_n)$  sont les événements élémentaires de la loi de probabilité de  $X$ .*

*Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention  $F(x) = p(X \leq x)$ .*

## Travaux pratiques

### **Exemples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à des situations aléatoires.**

*L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.*

### **Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).**

*On conserve le même point de vue qu'en première ; en particulier, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.*

### **Exemples simples d'étude de situations menant à l'étude d'une variable aléatoire.**

*Des indications doivent être données sur la méthode à suivre*

### III. Analyse

Le programme d'analyse porte essentiellement sur les *fonctions*, ce qui permet d'étudier des situations *continues*. Il comporte aussi quelques notions sur les suites, en vue d'étudier quelques situations discrètes simples :

- Pour les *fonctions*, l'objectif principal est *d'exploiter la pratique de la dérivation* pour l'étude globale et locale de fonctions usuelles et de fonctions qui s'en déduisent de manière simple ainsi qu'une pratique élémentaire du *calcul intégral*. *Quelques problèmes majeurs* fournissent un terrain pour cette étude : variations, recherche d'extremums, équations et inéquations, comportements asymptotiques, approximation d'une fonction au moyen d'une fonction plus simple, calcul de grandeurs géométriques, physiques ou mécaniques.
- Pour les *suites*, l'objectif est de consolider les acquis de première sur les suites arithmétiques et géométriques ; le programme ne comporte que des travaux pratiques.

Les activités sur les suites et les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés *a priori* ; il convient aussi d'étudier des *situations* issues de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale. De même, on exploitera systématiquement les *interprétations graphiques* des notions et des résultats étudiés et les *problèmes numériques* qui sont liés à cette étude.

#### 1. FONCTIONS NUMERIQUES : ETUDE LOCALE ET GLOBALE

Pour l'étude des fonctions, on s'appuiera conjointement sur les interprétations *graphiques* ( $y = f(x)$ ), *cinématiques* ( $x = f(t)$ ) et *électriques* (signaux relatifs à l'évolution d'une intensité, d'une différence de potentiel...).

Le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle* et porte, pour l'essentiel, sur le cas des fonctions possédant dans cet intervalle des dérivées jusqu'à un ordre suffisant. Certaines situations (signaux...) mettent en jeu des fonctions définies par morceaux ; la mise en place d'un cadre théorique est exclue : l'étude sera menée intervalle par intervalle. L'intervalle de définition sera indiqué. *Toute recherche a priori d'ensembles de définition est exclue.*

Quelques énoncés sur les *limites* figurent au programme. Ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent seulement à faciliter, le cas échéant, l'étude du comportement aux bornes de l'intervalle et notamment du comportement asymptotique au voisinage de  $+\infty$  ; on évitera de multiplier les exemples posés *a priori* et toutes les indications nécessaires doivent être données. Pour la notion de limite, les définitions par  $(\varepsilon ; \alpha)$ ,  $(\varepsilon ; A)$  ... sont hors programme. *La continuité en un point et la continuité sur un intervalle sont hors programme.*

##### a) Langage des limites

**Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .**

*Les notions et les énoncés de ce paragraphe sont introduits à l'aide d'une approche numérique et graphique ; ils ne feront l'objet d'aucun développement théorique.*

**α) Introduction de la notation  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$**

**Notion d'asymptote verticale.**

Lorsque  $a$  appartient à  $I$ , on s'appuiera sur le cas  $\lim_{h \rightarrow 0} g(h)$ , abordé en première

On convient que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

**Dire que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  signifie que  $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = L$**

On soulignera le fait que, par translation, l'étude d'une fonction  $x \rightarrow f(x)$  au point «  $a$  » se ramène à l'étude de la fonction  $h \rightarrow f(a+h)$  au point 0.

**β) Limite en  $+\infty$  des fonctions :**

$x \rightarrow x$ ,  $x \rightarrow x^2$ ,  $x \rightarrow x^3$ ,  $x \rightarrow \sqrt{x}$ .

**Limite en  $+\infty$  des fonctions :**

$x \rightarrow \frac{1}{x}$ ,  $x \rightarrow \frac{1}{x^2}$ ,  $x \rightarrow \frac{1}{x^3}$ ,  $x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}}$

**Introduction des notations  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$**

**Notion d'asymptote horizontale.**

Pour cette introduction, s'appuyer sur des expérimentations numériques et graphiques portant notamment sur les fonctions de référence ci-dessus. Pour donner une idée du cas général, on peut dire, par exemple, que  $f(x)$  est supérieur à  $10$ ,  $10^2$ , ...,  $10^9$ ,  $10^p$ , dès que  $x$  est assez grand.

**γ) Dans le cas d'une limite finie  $L$ , dire que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$**

signifie aussi que  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x) - L| = 0$  ou encore que  $f(x) = L + \varphi(x)$  où  $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 0$

On dispose d'un énoncé analogue pour les limites en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

**b) Énoncés usuels sur les limites**

**Opérations algébriques**

Limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.

### Comparaison

Si pour  $x$  assez grand,  $f(x) \geq u(x)$  et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty$ ,

alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ; énoncé analogue lorsque  $f(x) \leq v(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = -\infty$

Si, pour  $x$  assez grand,  $|f(x) - L| \leq u(x)$ , et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = 0$

alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$

Si, pour  $x$  assez grand,  $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$  et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = L$

alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$

*Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude et d'en donner une liste complète. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme.*

*Les énoncés de ce paragraphe sont introduits dans l'unique but de faciliter l'étude des questions figurant au programme (dérivées, comportements asymptotiques) et non pour faire l'objet d'un entraînement systématique à la recherche de limites. En particulier, en dehors du contexte de la dérivation, la recherche de limites en un point  $a$  de  $I$  n'est pas un objet du programme, et, pour les comportements asymptotiques, les travaux ne doivent porter que sur quelques exemples très simples.*

### Compatibilité avec l'ordre

Si, pour  $x$  assez grand,  $f(x) \leq g(x)$  et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$

et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = L'$ , alors  $L \leq L'$ .

*De manière générale, dans la plupart des situations de majorations et d'encadrements intervenant dans le programme d'analyse, les inégalités larges suffisent ; les inégalités strictes doivent être réservées au cas où elles sont indispensables.*

### Limite d'une fonction composée

Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  et si  $\lim_{x \rightarrow b} g(y) = \lambda$  (où  $a, b, \lambda$  sont finis ou non),

alors  $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = \lambda$ .

Bien entendu, cet énoncé, condensé pour faciliter la mémorisation, recouvre plusieurs cas qu'il convient de distinguer clairement et d'illustrer à l'aide d'exemples.

En dehors des cas du type  $t \rightarrow g(at+b)$ ,  $\exp u$ ,  $\ln u$  et  $u^\alpha$ , où  $\alpha \in \mathbb{R}$ , les fonctions  $f$  et  $g$  doivent être indiquées.

c) Calcul différentiel

**Dérivation d'une fonction composée.**

La démonstration de cette règle n'est pas au programme

**Application à la dérivation de fonctions de la forme  $u^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $\exp u$ ,  $\ln u$  et  $u^\alpha$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ).**

En dehors des cas ci-contre, les fonctions que l'on compose doivent être mentionnées explicitement

**Dérivées successives ; notation  $f, f', \dots$ .**

En liaison avec les sciences physiques, on donnera aussi les notations :  $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}, \dots$

La notion de différentielle est hors programme, ainsi que toute notion concernant la concavité ou les points d'inflexion.

**Primitives d'une fonction dérivable sur un intervalle :**

**Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.**

Pour les primitives et le calcul intégral, le programme se limite au cas des fonctions dérivables. L'existence des primitives est admise.

d) Fonctions usuelles

**Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation  $\ln$  et  $\exp$ . Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique. Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions  $h \rightarrow \exp(h)$  et  $h \rightarrow \ln(1+h)$ .**

Le mode d'introduction des fonctions  $\ln$  et  $\exp$  n'est pas imposé ; l'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises. Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine  $n$ -ième, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

**Nombre  $e$ , notation  $e^x$ . Définition de  $a^b$  ( $a$  strictement positif,  $b$  réel).**

**Fonctions puissances  $x \rightarrow x^n$  ( $x$  réel et  $n$  entier) et  $x \rightarrow x^\alpha$  ( $x$  strictement positif et  $\alpha$  réel).**

**Dérivation, comportement asymptotique. Cas où  $\alpha = 1/n$  ( $n$  entier strictement positif) ; notation  $\sqrt[n]{x}$  ( $x$  positif). Fonctions circulaires sinus, cosinus et tangente**

Selon les besoins des autres disciplines, on pourra mentionner la fonction logarithme décimal  $x \rightarrow \log x$ , mais aucune connaissance sur ce point n'est exigible. Il faut avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que  $t \rightarrow \cos(\omega t)$ ,  $t \rightarrow \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $t \rightarrow e^{at}$ .

Hormis les cas indiqués ici, l'étude de fonctions de la forme  $x \rightarrow f(\cos x; \sin x)$  est hors programme.

**Croissance comparée des fonctions de référence  $x \rightarrow \exp(x)$ ,  $x \rightarrow x^\alpha$ ,  $x \rightarrow \ln x$  au voisinage de  $+\infty$  :**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(x)}{x^\alpha} = +\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \exp(-x) = 0;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(x)}{x^\alpha} = +\infty$$

Ces résultats sont admis et interprétés graphiquement. Certaines études aux bornes mettent en jeu des formes indéterminées en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ , aucune autre connaissance que celles mentionnées ci-contre n'est exigible des élèves. L'étude des formes indéterminées en un point a est hors programme.

### Travaux pratiques

#### **Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable.**

Dans l'ensemble des travaux pratiques, on exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la technologie.

#### **Etude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extremums.**

La résolution de certaines questions nécessite l'étude d'une fonction auxiliaire ; cette fonction doit alors être indiquée.

#### **Recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$ .**

**Exemples de recherche d'asymptotes ; exemples d'étude du comportement local ou asymptotique d'une fonction.**

#### **Tracé de la courbe représentative d'une fonction**

Pour l'étude des comportements asymptotiques en  $+\infty$  (ou en  $-\infty$ ), on exploitera la comparaison de la fonction donnée  $f$  à une fonction plus simple  $g$  telle que  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f - g) = 0$  ;

En dehors du cas des asymptotes horizontales ou verticales, des indications doivent être fournies sur la forme de la fonction  $g$  à utiliser.

#### **Lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.**

#### **Etude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$ .**

Etant donné une fonction  $f$  strictement monotone sur  $I$  et un élément  $\alpha$  de  $I$  tel que  $f(\alpha) = \lambda$ , les élèves doivent savoir comparer  $\alpha$  à un élément donné  $\beta$  de  $I$  en utilisant le signe de  $f(\beta)$ .

#### **Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques, de la vie économique et sociale, ...).**

On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extremums, comportement asymptotique, ...). On étudiera quelques problèmes d'optimisation.



Certains problèmes physiques (mouvement d'un point, signaux électriques...) conduisent à l'étude de courbes planes paramétrées telles que, par exemple, l'ellipse sous la forme  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$  : en liaison avec l'enseignement des autres disciplines, on pourra étudier quelques exemples de ce type, mais aucune connaissance à ce sujet n'est au programme.

**Exemples d'emploi de majorations et d'encadrements d'une fonction par des fonctions plus simples (recherche de valeurs approchées en un point...).**

Pour tous les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation des fonctions, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.

**Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.**

On pourra, sur des exemples, explorer et itérer quelques méthodes (dichotomie, tangente, interpolation linéaire...) mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.

## 2. SUITES

Le programme comporte une consolidation des acquis de première sur les suites arithmétiques et géométriques sous forme de travaux pratiques. A l'exception des suites arithmétiques et géométriques, les suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$  et  $u_0$  sont hors programme.

### a) Comportement global

**Exemples de description d'une situation à l'aide d'une suite des valeurs  $f(n)$  d'une fonction.**

**Suites croissantes, suites décroissantes.**

L'étude des suites définies par additions ou multiplications répétées, telles que :

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \text{ ou } u_n = n! \text{ est exclue.}$$

L'étude des opérations sur les suites est hors programme.

### b) Langage des limites

**$\alpha$ ) Limite des suites de terme général  $n$ ,  $n^2$ ,  $n^3$ ,  $\sqrt{n}$ .**

Limite des suites de terme général  $\frac{1}{n}$ ,  $\frac{1}{n^2}$ ,  $\frac{1}{n^3}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ .

**Introduction du symbole  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$ .**

**Si une fonction  $f$  admet une limite  $L$  en  $+\infty$ , alors la suite  $u_n = f(n)$  converge vers  $L$ .**

La définition de la convergence par  $(\varepsilon ; N)$  est hors programme.

L'étude des suites de référence ci-contre et, plus largement, des suites  $u_n = f(n)$  et à mener en relation étroite avec celle des fonctions correspondantes. On signalera que les énoncés de comparaison pour les suites et les fonctions sont entièrement analogues.

**$\beta$ ) Limite d'une suite géométrique ( $k^n$ ), où  $k$  est strictement positif.**

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible. En dehors de ce cas, l'étude de la convergence d'une suite récurrente n'est pas un objectif du programme.

## Travaux pratiques

### Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

On pourra prendre des problèmes issus des sciences physiques, des techniques industrielles ou de la vie économique et sociale (radioactivité, intérêts simples, intérêts composés...).

### 3. NOTIONS DE CALCUL INTEGRAL

L'objectif est double :

- Familiariser les élèves avec quelques *problèmes relevant du calcul intégral* et qui, en retour, *donnent du sens à la notion d'intégrale* : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes...), de grandeurs physiques (calcul de la distance parcourue connaissant la vitesse, valeur moyenne, valeur efficace...)
- Fournir aux élèves le *symbolisme* très efficace du calcul intégral

On combinera les activités de *calcul exact* d'intégrales (qui mettent en œuvre le calcul de primitives) et les activités *d'encadrement* et de *calcul approché* (qui, de façon complémentaire, exploitent des idées géométriques à partir d'interprétations graphiques).

#### a) Intégrale d'une fonction sur un segment

Etant donné une fonction  $f$  dérivable sur un intervalle  $I$  et un couple  $(a, b)$  de points de  $I$ , le nombre  $F(b) - F(a)$ , où  $F$  est une primitive de  $f$ , est indépendant du choix de  $F$  ; on l'appelle *intégrale de  $a$  à  $b$  de  $f$*  et on le note  $\int_a^b f(t)dt$ .

Dans le cas d'une fonction positive, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme : on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

#### b) Propriétés de l'intégrale

##### Relation de Chasles

Il convient d'interpréter en terme d'aires certaines de ces propriétés (relation de Chasles, intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction...) afin d'éclairer leur signification.

##### Linéarité

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g)(t)dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt$$

##### Positivité

Si  $a \leq b$  et si  $f \geq 0$ , alors  $\int_a^b f(t)dt \geq 0$

Intégration d'une inégalité.

##### Inégalité de la moyenne

Si  $m \leq f \leq M$  et  $a \leq b$ , alors  $m(b - a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b - a)$

## Valeur moyenne d'une fonction

*La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique.*

### c) Techniques de calcul

**Lecture inverse des formules de dérivation : primitives des fonctions de la forme  $t \rightarrow f'(at+b)$ ,  $(\exp u)u'$ ,  $u^\alpha$ ,  $u'$  où  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \neq -1$ , et  $\underline{u}$  ( $u$  étant à valeurs strictement positives).**

*Les élèves doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une de ces formes. Ils doivent aussi savoir exploiter une périodicité ou une symétrie pour le calcul d'intégrales, mais toute formule de changement de variable est hors programme, de même que l'intégration par parties.*

### d) Equations différentielles

**Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$ , où  $a$  est un nombre réel : existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.**

**Résolution de l'équation différentielle  $y'' + \omega^2 y = 0$  où  $\omega$  est un nombre réel : existence et unicité (admissibles) de la solution vérifiant des conditions initiales données.**

## Travaux pratiques

**Exemples de calcul d'intégrales à l'aide d'une primitive.**

**Calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral.**

**Exemples de calcul de volumes de solides usuels (boules, prismes, cylindres, pyramides, cônes, volumes de révolution...).**

*Les élèves doivent connaître la formule  $V = \int_a^b S(z) dz$ .*

*En liaison avec l'enseignement des autres sciences et de la technologie, on pourra être amené à donner des applications au calcul d'autres grandeurs géométriques, mécaniques ou physiques (calcul de moments, détermination de centres de gravité). Aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves en mathématiques.*

**Exemples d'étude de situations menant au calcul de la valeur moyenne d'une fonction ou de son carré**

*Ces situations seront choisies en liaison avec l'enseignement des sciences physiques (signaux...). Si elles mettent en jeu des fonctions définies par morceaux, les calculs seront effectués intervalle par intervalle.*

**Exemples d'encadrement d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction à intégrer.**

**Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales.**

*On se limitera à des exemples très simples et des indications pour l'encadrement de la fonction à intégrer devront être fournies.*

*On pourra sur des exemples simples, décrire et appliquer quelques méthodes usuelles (rectangles, point, milieu, trapèzes) ; mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces questions et toutes les indications nécessaires devront être fournies.*

**Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale se ramenant à une équation du type  $y' = ay$  ou  $y'' + \omega^2 y = 0$ .**

*Certaines de ces situations seront issues de sciences physiques (mécanique du point, circuits électriques...). Lorsqu'une telle étude mène à une équation avec second membre, la méthode à suivre pour se ramener à l'équation sans second membre doit être indiquée.*

*D'autre part, dans certaines sections, en liaison avec l'enseignement d'autres disciplines, on pourra être amené à étudier d'autres types d'équations différentielles mais ceci est en dehors du programme de mathématiques.*