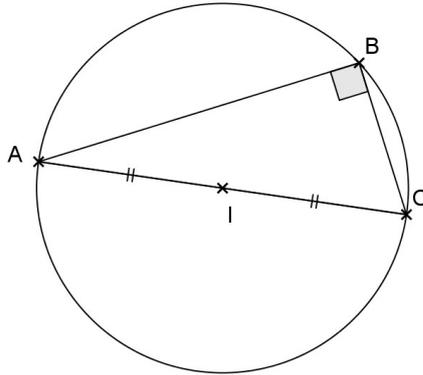


# Triangle rectangle et cercle circonscrit

## I Triangle rectangle et cercle circonscrit :

Théorème 1 : dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.



*Données (on sait que...)*

ABC est rectangle en B

*Conclusion (donc...)*

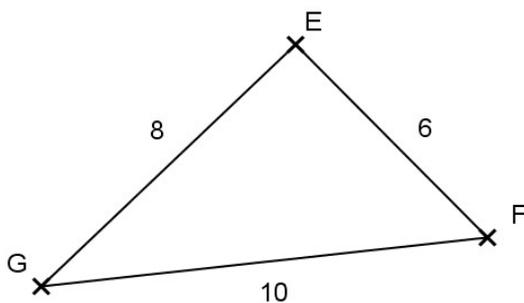
I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Théorème 1 bis : si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.

Application fondamentale :

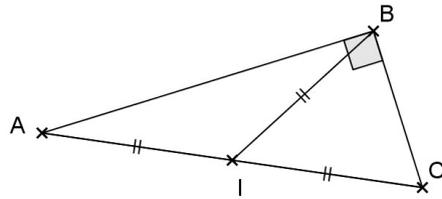
si ABC est rectangle en A, alors A est sur le cercle de diamètre [BC].

Exemple : E est-il sur le cercle de diamètre [FG] ?



*En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, on prouve que EFG est rectangle en E.  
Donc E est bien sur le cercle de diamètre [FG]*

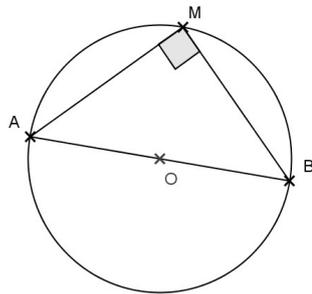
**Théorème 2** : si un triangle est rectangle, alors la médiane relative à son hypoténuse a pour longueur la moitié de son hypoténuse.



ABC est rectangle en B, donc  
 $IB = IA = IC$

## II Théorèmes réciproques :

**Théorème réciproque** : si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle en M.



**Données** (on sait que ...)

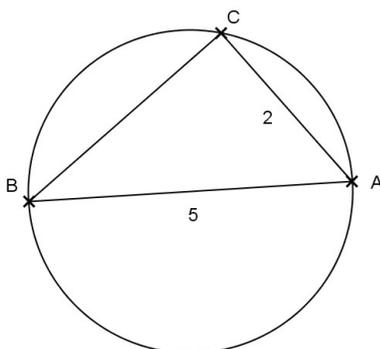
M est sur le cercle de  
 diamètre [AB]

**Conclusion** :(donc..)

AMB est rectangle en M

### Exercice d'application :

Soit la figure suivante. C est sur le cercle de diamètre [AB].



- 1) a) Quelle la nature du triangle ABC ?
- b) Calculer BC.

- 2) Soit le point D tel que  $AD = 4$  et  $BD = 3$   
 D est-il sur le cercle ?

1) a) C est sur le cercle de diamètre [AB].

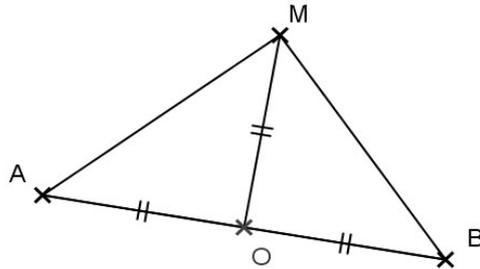
Or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

Donc ABC est rectangle en C.

b) Utiliser le théorème de Pythagore

2) Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore et vérifier si le triangle est rectangle ou non.

**Théorème 2** : si la médiane relative à un côté a pour longueur la moitié de celle de ce côté, alors ce triangle est rectangle.



Données (on sait que...)

$$OM = OA = OB$$

Conclusion (donc...)

AMB est rectangle en M.