Cette page peut être imprimée et collée à la suite de la partie 11 du cours Géométrie dans l'espace.

2) Volumes des solides

a) De vieilles connaissances…

Le **cube**, le **parallélépipède rectangle** (ou pavé droit), le **prisme droit** et **le cylindre** n'ont **pas de sommet particulier**.

On calcule leur volume en utilisant cette égalité: ***Volume = Aire de la base × hauteur .***

La **pyramide** et le **cône** ont **un sommet principal**.

On calcule leur volume en utilisant cette égalité: ***Volume = Aire de la base × hauteur ÷ 3 .***

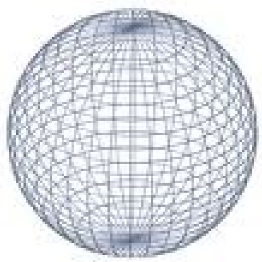
b) … et la petite nouvelle

Définitions :

La sphère de centre O et de rayon R
est **l'ensemble de tous les points** de l'espace qui sont **à la distance R du point O**.

La boule de centre O et de rayon R est **l'intérieur** de cette sphère.

Exemple de ***sphère*** (enveloppe seulement):

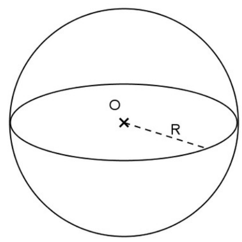


(bulle de savon, balle de ping-pong)

Exemple de ***boule*** (pleine):

(boule de pétanque ou de bowling)

Représentation en perspective la plus simple:



(c'est « l'équateur » qui donne l'impression de volume)

L'aire de la sphère est donnée par $A = 4 \times \pi \times R \times R$ *(ce qu'on note souvent* $4\pi R^2$ *).*

(ça permet de calculer par exemple la surface de tissu qu'il faut utiliser pour fabriquer un ballon)

Le volume de la boule est donné par $V = \dfrac{4 \times \pi \times R \times R \times R}{3}$ *(ce qu'on note souvent* $\frac{4}{3}\pi R^3$ *).*

(ça permet de calculer par exemple le volume d'air contenu dans une bulle de savon)

Un exemple d'utilisation de ces deux formules par l'incontournable Yvan Monka :

https://cutt.ly/aire-et-volume-de-la-planete-Terre

(Au passage, petit rappel sur la notation scientifique)

Pour les petit.e.s curieux.ses *, **petits trucs pour se rappeler de ces deux formules** (ou pour comprendre un peu d'où elles sortent) :*

Pour l'aire : *on multiplie toujours **2 dimensions** pour trouver une **aire**, d'où le **R × R***
*une sphère est ronde, et **quand c'est rond**, on retrouve toujours π dans le calcul*
*pour le 4, pas de truc , rappelle-toi seulement qu'**il y a toujours un 4** dans le calcul pour la sphère et la boule.*

Pour le volume : *on multiplie toujours **3 dimensions** pour trouver un **volume**, d'où le **R × R × R***
*une boule est ronde, et **quand c'est rond**, on retrouve toujours π dans le calcul*
*il y a un **point principal** pour la boule (son centre) : comme pour la pyramide ou le cône, **on divise par 3***
et on retrouve ***le fameux 4*** pour la boule comme pour la sphère.

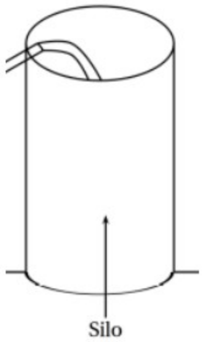
Calculs d'aires et de volumes : des exercices ...

Et (bien sûr…) on écrit et on détaille tous ses calculs…

Exercice 1 : *retour sur la fin de l'exercice 5 du Brevet blanc*

- Hauteur du cylindre : HM = 20,40 m.
- Diamètre du cylindre : HP = 4,20 m.

Un mètre-cube de blé pèse environ 800 kg. Quelle masse maximale de blé peut-on stocker dans ce silo? On donnera la réponse à une tonne près.



Rappels :
- 1 tonne = 1 000 kg
- volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi \times R^2 \times h$

Exercice 2

Dans chaque cas, donne la valeur exacte.

a. Volume d'une boule de 0,4 dm de rayon.

b. Aire d'une sphère de 24 cm de diamètre.

c. Volume d'un ballon rond de 240 mm de diamètre.

Exercice 3 :

Un pâtissier décide de fabriquer des boules de Noël en chocolat (fourrées). Sachant que le diamètre d'une boule est 2,5 cm, de quelle quantité de chocolat (en litres) ce pâtissier a-t-il besoin pour préparer 500 boules ?

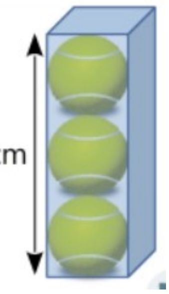
Exercice 4 :

Un silo à grain est composé d'un cylindre de révolution, de rayon 4,5 m et de hauteur 10 m, surmonté d'un cône de révolution de même rayon et de hauteur 2,5 m.

Calcule le volume de ce silo, arrondi au m^3.

Exercice 5 :

Une boite de forme parallélépipédique contient trois balles de tennis, comme indiqué dans la figure ci-contre.
Calcule le pourcentage, arrondi à l'unité, du volume de la boite occupé par les balles.

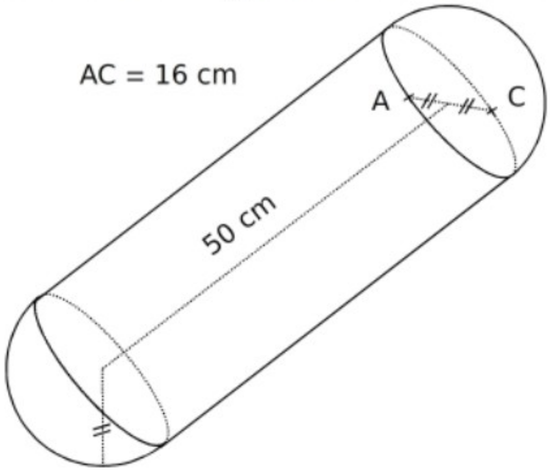


(Les balles ont un diamètre de 6,5 cm.)

Exercice 6 :

Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection.

Calcule le volume exact, en cm^3, du « boudin » de protection ci-dessous, puis arrondis au centième.



Exercice 7 :

Un verre, représenté par un cylindre de révolution, de hauteur 10 cm et de rayon 4 cm, est rempli d'eau aux trois-quarts.

a. Exprime le volume d'eau en fonction de π.

b. Par mégarde, on fait tomber dans ce verre un glaçon assimilé à une boule de rayon 3 cm.
Montre que le volume du glaçon, en cm^3, est 36π.

c. L'eau va-t-elle déborder du verre (avant que le glaçon ne fonde) ? Si non, quelle hauteur va-t-elle atteindre ?

Pas de panique si tu trouves l'exercice 5 difficile : on le corrigera ensemble à la rentrée

Pour les exercices 5, 6 et 7, avant la correction, tu trouveras des coups de pouce dans le document « correction des exerces »