1 Quotient et fraction

OBJECTIF 1

DÉFINITION Soit deux nombres n et d (avec $d \neq 0$).
Le **quotient de n par d** est le nombre qui, multiplié par d, donne n.
On peut écrire ce nombre en écriture fractionnaire : $\dfrac{n}{d}$.

Exemples

- Par quel nombre faut-il multiplier 4 pour obtenir 21 ? $4 \times ... = 21$?

– C'est le quotient $\dfrac{21}{4}$. En effet, $4 \times \dfrac{21}{4} = 21$.

– Ce quotient a aussi une écriture décimale : $\dfrac{21}{4} = 21 : 4 = 5{,}25$.

- Par quel nombre faut-il multiplier 3 pour obtenir 22 ? $3 \times ... = 22$?

– C'est le quotient $\dfrac{22}{3}$. En effet, $3 \times \dfrac{22}{3} = 22$.

– En revanche, ce quotient n'a pas d'écriture décimale exacte, car la division de 22 par 3 ne se termine pas : $22 : 3 \approx 7{,}333333...$

DÉFINITION Une **fraction** est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers.

Exemple

- Parmi les écritures fractionnaires $\dfrac{2{,}5}{3}$, $\dfrac{8}{5{,}2}$, $\dfrac{7{,}4}{4{,}8}$ et $\dfrac{8}{7}$, seule $\dfrac{8}{7}$ est une fraction.

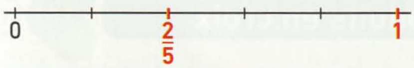
Fractions et proportions

Exemple

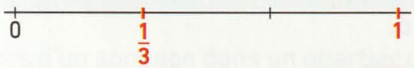
- Dans le collège d'Arthur, $\dfrac{2}{5}$ des élèves sont demi-pensionnaires ; dans celui de Yaëlle, $\dfrac{1}{3}$ des élèves sont demi-pensionnaires. Dans quel collège y a-t-il le plus d'élèves demi-pensionnaires sachant que les deux collèges ont le même nombre d'élèves ?

Pour comparer des fractions (et donc des proportions), on peut revenir à leur écriture décimale ou les placer sur une droite graduée :

• Collège d'Arthur



• Collège de Yaëlle



$\dfrac{2}{5} > \dfrac{1}{3}$: la proportion d'élèves demi-pensionnaires est plus grande dans le collège d'Arthur.

2 Écritures fractionnaires égales

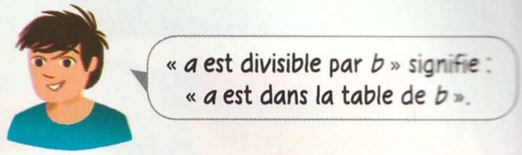
OBJECTIF 2

PROPRIÉTÉ Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$

Exemples

- $\dfrac{3{,}2}{1{,}5} = \dfrac{3{,}2 \times 10}{1{,}5 \times 10} = \dfrac{32}{15}$
- $\dfrac{12}{27} = \dfrac{12 : 3}{27 : 3} = \dfrac{4}{9}$, la fraction $\dfrac{12}{27}$ a été « simplifiée » par 3.



DÉFINITION Un nombre a **est divisible** par un nombre b lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égal à 0.

Il existe des moyens simples pour savoir si un nombre est divisible par un autre sans effectuer la division euclidienne : ce sont les critères de divisibilité.

Critères de divisibilité

Critère de divisibilité par 2 : un nombre est divisible par 2 s'il est pair, ce qui signifie que son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exemple

- 51**4** est divisible par 2 alors que 26**7** ne l'est pas.

Critère de divisibilité par 3 : un nombre est divisible par 3 si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3.

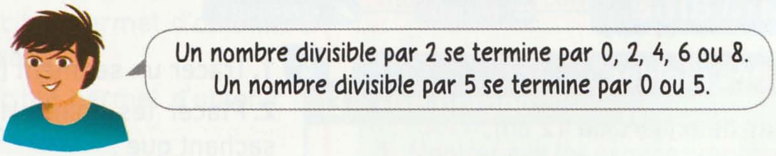
Exemples

- 1 467 est divisible par 3, car $1+4+6+7=18$ et 18 est divisible par 3.
- 2 368 n'est pas divisible par 3, car $2+3+6+8=19$ et 19 n'est pas divisible par 3.

Critère de divisibilité par 5 : un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples

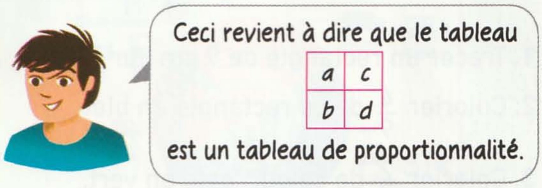
- 2 70**5** est divisible par 5, car le chiffre des unités est 5.
- 14 78**0** est divisible par 5, car le chiffre des unités est 0.
- 25 55**7** n'est pas divisible par 5, car le chiffre des unités n'est ni 0 ni 5, mais 7.



3 Égalité des produits en croix

OBJECTIF 3

PROPRIÉTÉ Soit quatre nombres relatifs a, b, c et d (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$).
Dire que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ signifie que $a \times d = c \times b$.



Exemples

- Les fractions $\dfrac{34}{51}$ et $\dfrac{2}{3}$ sont-elles égales ? Oui, car $34 \times 3 = 2 \times 51 = 102$.
- Compléter l'égalité $\dfrac{23}{15} = \dfrac{207}{?}$.

  Compléter cette égalité revient à compléter $23 \times ... = 207 \times 15 = 3\,105$, ce qui revient à compléter $23 \times ... = 3\,105$.

  Or, $\dfrac{3\,105}{23} = 135$, donc $\dfrac{23}{15} = \dfrac{207}{135}$.