CHAPITRE 10 : PYRAMIDES ET CÔNES

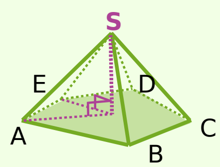
Méthode 1 : Pyramide et cône de révolution en perspective

Définitions

Une **pyramide** est un solide dont :
• une face est un polygone : c'est la **base** de la pyramide.
• les autres faces, appelées **faces latérales**, sont des triangles qui ont un sommet commun. C'est le **sommet** de la pyramide.
La **hauteur** d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.
Les **arêtes latérales** sont les segments joignant les sommets de la base au sommet de la pyramide.

Remarque : Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un polygone régulier (par exemple un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

Exemple 1 : Trace une pyramide en perspective et décris les éléments de ce solide.



Le **sommet** de cette pyramide est le point S.
La **base** de cette pyramide est le pentagone ABCDE.
Les **faces latérales** sont : SAB, SBC, SCD, SDE, SEA.
Les **arêtes latérales** sont : [AS], [BS], [CS], [DS], [ES].
La **hauteur** de la pyramide est le segment [OS].

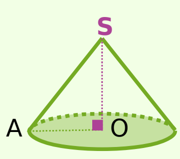
Vocabulaire et définitions à connaître : clique ici pour revoir le vocabulaire de façon illustrée

clique ici si tu veux revoir le vocabulaire des cylindres et cônes

Un **cône de révolution** est un solide qui est généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.
La **base** du cône de révolution est un disque.
La **hauteur** du cône de révolution est le segment qui joint le centre de ce disque au sommet du cône ; il est perpendiculaire au disque de base.

Remarque : La **surface latérale** d'un cône, appelée aussi **développement**, est générée par l'hypoténuse du triangle rectangle. Elle a la forme d'un secteur de disque.

Exemple 2 : Trace un cône en perspective et décris les éléments de ce solide.

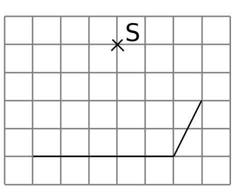


Le **sommet** du cône est le point S. La **base** de ce cône est le disque de centre O : on la représente en perspective par un ovale (une ellipse) car elle n'est pas vue de face.
La **hauteur** du cône est le segment [OS]. Le triangle AOS, rectangle en O, génère le cône en tournant autour de (OS).

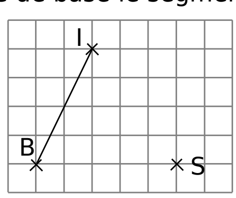
Application : À toi de jouer !

1 Complète les tracés en perspective ci-après pour obtenir un solide de sommet S :

a. une pyramide à base rectangulaire :

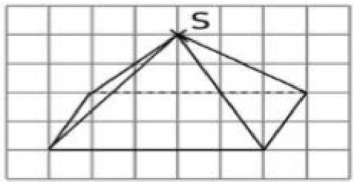


b. un cône de révolution ayant pour diamètre de base le segment [IB] :

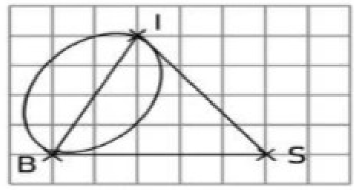


Correction : [clique ici pour obtenir la correction animée de l'exercice]

a.



b.



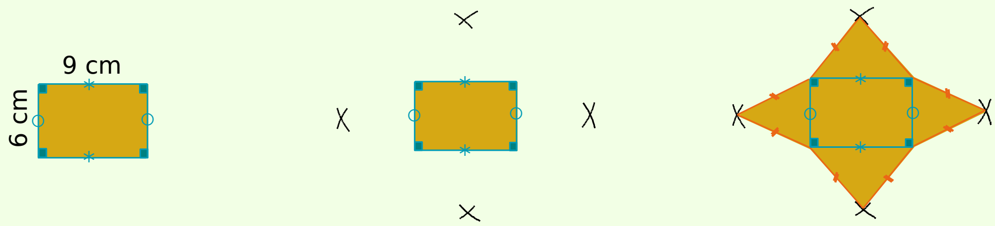
Méthode 2 : Tracer un patron

A- La pyramide

[clique ici pour voir un exemple animé]

(source : http://fr.wikipedia.org)

Exemple : Dessine le patron d'une pyramide dont la base est un rectangle de longueur 9 cm et de largeur 6 cm et dont chaque arête latérale mesure 7 cm.



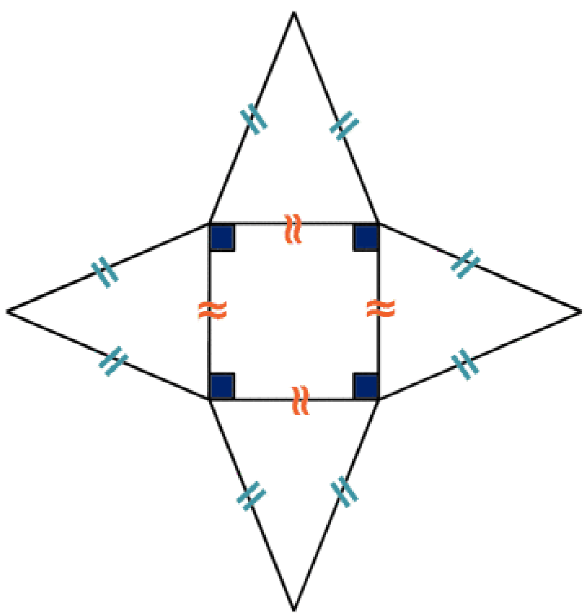
On trace le rectangle de longueur 9 cm et de largeur 6 cm.

On trace des arcs de cercle, de centre les sommets du rectangle et de rayon 7 cm.

On trace les 4 triangles isocèles formant les faces latérales de la pyramide.

Application : À toi de jouer !

2 Trace le patron de la pyramide dont la base est un carré de côté 5 cm et dont chaque arête latérale mesure 6,5 cm puis code les longueurs égales.

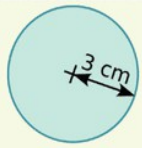


Échelle 1/4

[clique ici pour voir un exemple animé]

B - Le cône de révolution

Exemple : Dessine le patron d'un cône SOA de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm.



On trace un cercle de rayon 3 cm. C'est le cercle de base.
Son périmètre est $2 \times \pi \times 3$ cm soit 6π **cm**.

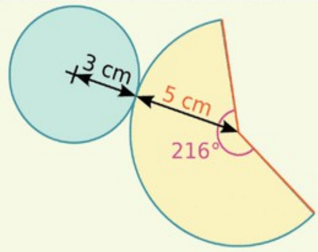
Le rayon du disque induit par la surface latérale est [SA].

Le triangle SOA est rectangle en O donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$SA^2 = SO^2 + OA^2$

$SA^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

donc **SA = 5 cm**.



La longueur du secteur de disque de rayon **5 cm** est égale au périmètre de la base, soit : 6π **cm**.

Comme l'angle du secteur de disque est proportionnel à sa longueur, on le détermine en calculant le nombre manquant dans ce tableau de proportionnalité.

Longueur du secteur de disque	10π	6π
Angle du secteur de disque	360°	?

$? = \dfrac{360 \times 6\pi}{10\pi} = 36 \times 6 = $ **216°**

Le secteur de disque de **5 cm de rayon** a pour angle **216°**.

Méthode 3 : Calculer des volumes

À connaître

Pour **calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution**, on calcule le tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur :

$$V = \frac{\textit{Aire de la base} \times \textit{Hauteur}}{3}$$

Remarque : Le volume d'un cône de hauteur h et de rayon de base r est : $V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

clique ici pour obtenir une animation sur le cône | [clique ici si pour obtenir une animation sur la pyramide]

Exemple 1 :

Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un losange de diagonales 4 m et 4,20 m.

On calcule l'aire du losange de base :

$$A = \frac{D \times d}{2} = \frac{4 \times 4{,}2}{2} = 8{,}4 \ \text{m}^2.$$

Puis, on calcule le volume :

$$V = \frac{\textit{Aire de la base} \times \textit{Hauteur}}{3} = \frac{8{,}4 \times 2{,}5}{3} = 7 \ \text{m}^3.$$

Donc le volume de la pyramide vaut 7 m^3.

Exemple 2 :

Calcule le volume d'un cône de révolution de hauteur 25 cm ayant pour base un disque de rayon 9 cm.

On utilise la formule :

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 9^2 \times 25}{3}$$

$$V = \pi \times 27 \times 25 = 675\,\pi \ \text{cm}^3.$$

Donc le volume exact du cône vaut 675π cm^3, soit environ 2120cm^3, donc environ 2,1l

Application : À toi de jouer !

3 Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 10 m ayant pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4,5 m et 6 m.

Aire de la base : $\dfrac{L \times l}{2} = \dfrac{4{,}5\ m \times 6\ m}{2} = 13{,}5\ \text{m}^2$

Volume : $\dfrac{\textit{Aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3} = \dfrac{13{,}5\ m^2 \times 10\ m}{3}$

donc le volume de la pyramide est **45 m³**.

clique ici pour obtenir la correction animée de l'exercice

4 Calcule le volume d'un cône de hauteur 12 cm ayant pour base un disque de diamètre 8 cm.

rayon = diamètre : 2 = 8 cm : 2 = 4 cm

Volume : $\dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \dfrac{\pi \times (4\ cm)^2 \times 12\ cm}{3} = 64\pi\ \text{cm}^3$

Donc le volume du cône est **64π cm³**.

clique ici pour obtenir la correction animée de l'exercice