Généralités sur les fonctions

Chapitre 1

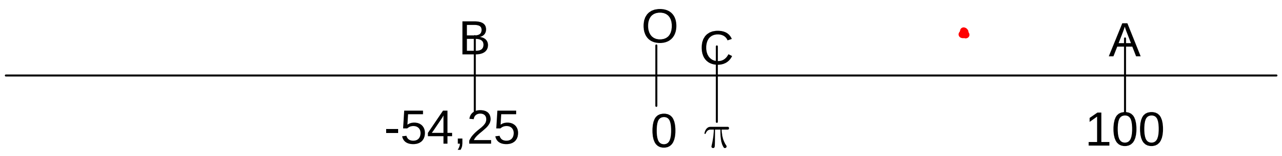
Classe de seconde

I- Les ensembles de nombres

1- Les réels

L'ensemble de tous les nombres connus en classe de seconde est appelé **ensemble des réels.** Il se note $\mathbb{R}$.

La droite numérique est une droite graduée à laquelle on associe une origine O correspondant au nombre zéro.



A chaque nombre réel il correspond un unique point sur la droite numérique

Réciproquement, à chaque point de la droite, il correspond un unique nombre réel appelé...**abscisse**... de ce point.

appartient à

Par exemple : 100 $\in \mathbb{R}$; -54,25 $\in \mathbb{R}$; $\pi \in \mathbb{R}$;

π est l'abscisse de C

Remarque : 100 est l'abscisse du point A.

-54,25 est l'abscisse de B

On note $x_A = 100$; $x_B = -54,25$; $x_C = \pi$

I- Les ensembles de nombres

2- Les entiers

$\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}$

a) L'ensemble des nombres entiers positifs ou nuls, appelés **entiers naturels,** se note $\mathbb{N}$.

Ainsi $\mathbb{N}$ = { 0; 1; 2; 3; ……} notation désignant un ensemble.

Attention : les accolades indiquent un ensemble de valeurs; les valeurs sont séparées par des points-virgules.

b) L'ensemble des nombres entiers , appelés **entiers relatifs,** se note $\mathbb{Z}$.

Ainsi $\mathbb{Z}$ = { …..-3;-2;-1;0; 1; 2; 3; ……}

Par exemple : -124 $\in \mathbb{Z}$; 3,4 $\notin \mathbb{Z}$;

I- Les ensembles de nombres

3- Les intervalles

Sur la droite numérique, les intervalles sont les parties de $\mathbb{R}$ qui correspondent à un segment, une demi-droite, ou la droite toute entière.

Ce sont les parties « d'un seul tenant », ou encore « sans trou ».

Soient a et b deux réels tels que a<b :

L'intervalle noté ...	... est l'ensemble des réels x tels que ...	Il est représenté sur une droite graduée par **un segment** :
$[a\,;b]$	$a \leqslant x \leqslant b$	a b
$]a\,;b[$	$a < x < b$	a b
$[a\,;b[$	$a \leqslant x < b$	a b
$]a\,;b]$	$a < x \leqslant b$	a b

L'intervalle noté ...	... est l'ensemble des réels x tels que ...	Il est représenté sur une droite graduée par **une demi-droite** :
$[a\,;+\infty[$	$a \leqslant x$	a
$]a\,;+\infty[$	$a < x$	a
$]-\infty\,;b]$	$x \leqslant b$	b
$]-\infty\,;b[$	$x < b$	b

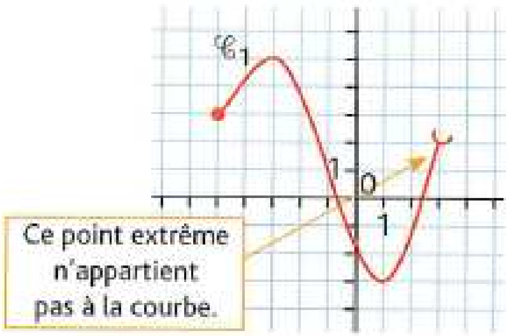
Remarque : $-\infty$ (« moins l'infini ») et $+\infty$ (« plus l'infini ») ne désignent pas des nombres réels; ainsi les crochets sont toujours ouverts en $-\infty$ ou $+\infty$.

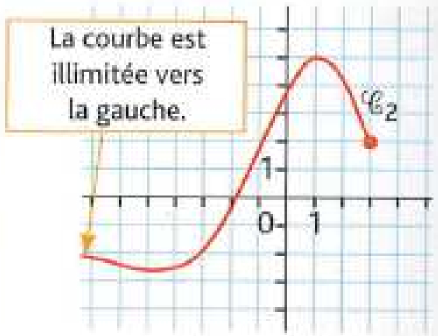
Savoir faire Décrire un ensemble en utilisant la notation sous forme d'intervalle

Énoncé

On considère les courbes ci-contre, en précisant dans les bulles des conventions graphiques :

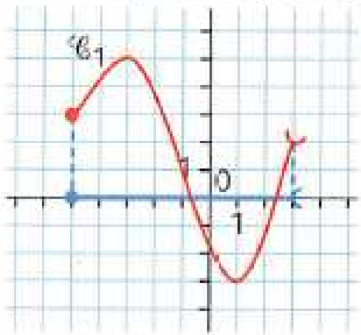
Pour chaque courbe, identifier l'ensemble des abscisses de ses points.



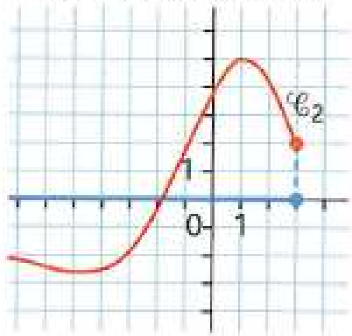


Solution rédigée

Pour chaque courbe, on lit l'ensemble des abscisses sur l'axe horizontal.



L'ensemble des abscisses est $[-5\,;3[$.



L'ensemble des abscisses est $]-\infty\,;3]$.

Conventions graphiques

- Le point noté par une « encoche » à l'extrémité n'appartient pas à la courbe.
- Le point noté par un point de la couleur de la courbe à l'extrémité appartient à la courbe.
- Le point noté par un point noir est connu avec précision.

Points méthode

1. On colorie sur l'axe horizontal l'ensemble des abscisses de tous les points de la courbe.
2. On traduit sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles l'ensemble colorié.
À chaque borne, on met un crochet ouvert ou fermé en se référant aux conventions graphiques sur l'appartenance ou non d'un point à une courbe.

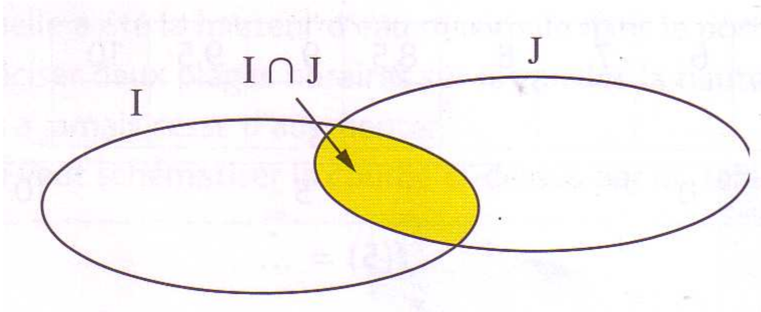
I- Les ensembles de nombres

4- Intersection ou réunion

a- définition

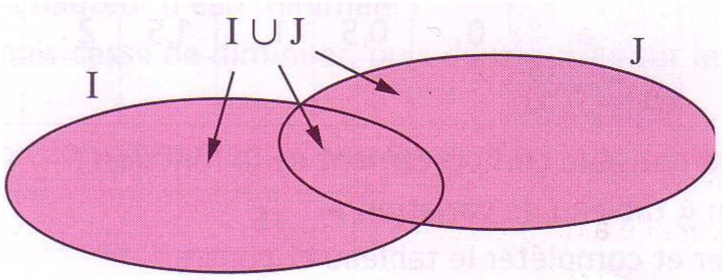
Soient I et J deux ensembles.

L'intersection de I et J, notée $I \cap J$ est l'ensemble des éléments appartenant à la fois à I **ET** à J.



La réunion de I et J, notée $I \cup J$ est l'ensemble des éléments appartenant à I **OU** à J, c'est-à-dire à l'un au moins de ces deux ensembles.

On dit alors que le « OU » est non exclusif.



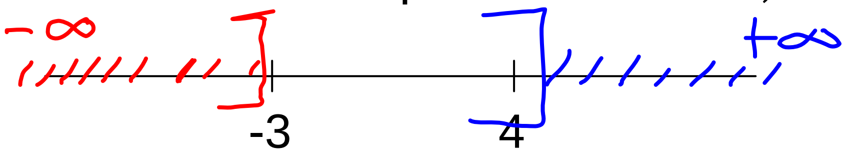
I- Les ensembles de nombres

4- Intersection ou réunion

b- vocabulaire

Pour désigner l’ensemble des réels x vérifiant : $x \leq -3$ **OU** $x > 4$, on écrira:

$]-\infty;-3] \cup]4;+\infty[$ Cet ensemble n’est pas un intervalle, car il n’est pas « d’un seul tenant ».



c- méthode

Pour déterminer la réunion ou l’intersection de deux intervalles, on les représente graphiquement de deux couleurs différentes sur la droite numérique. Si on cherche l’intersection, il s’agit d’identifier la partie coloriée deux fois, si en revanche on cherche la réunion, il s’agit d’identifier les segments coloriés.

d- exemples

- Déterminer la réunion puis l’intersection des intervalles I et J suivants :

$I = [-2;5[\qquad J = [0;+\infty[$

$I = [-4;-2[\quad J = [1;+\infty[$

II- Notion de fonction

1- Définitions

a- vocabulaire des fonctions

Soit un ensemble de nombre $\mathcal{D}$ de $\mathbb{R}$. On définit une fonction f sur *D* lorsqu'à chaque réel x de $\mathcal{D}$, on associe un unique réel y.

On note $f : x \mapsto y$ ou $y = f(x)$.

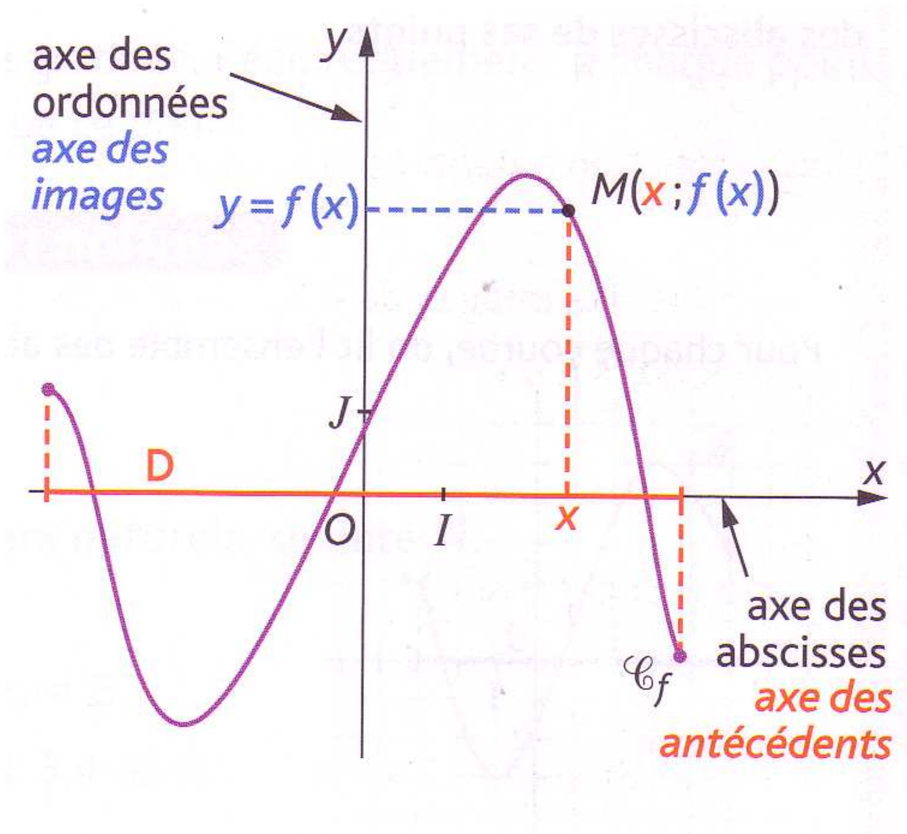
D est appelé ensemble de définition de la fonction f; x est la variable.

$f(x)$ est l'image de x par f.

Quand on sait que y= $f(x)$, on dit que x est **un** antécédent de y par f.

b- courbe représentative

Soit un repère du plan. On appelle courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f, l'ensemble des points M de coordonnées $(x;y)$ où : $\begin{cases} x \in \mathcal{D} \\ y = f(x) \end{cases}$



Remarques :

1- chaque réel x de $\mathcal{D}$ a une seule image.

2- Chaque réel y peut avoir plusieurs antécédents, ou ne pas avoir d'antécédent.

3- Une fonction f définie sur $\mathcal{D}$ peut être donnée de trois façons:

algébrique	graphique	numérique

algébrique

- par une **formule** ou une **expression algébrique**.

Exemple : $f(x) = x^2 - 2x + 4$.

- par un **programme de calcul**.

Exemple :

–

–

–

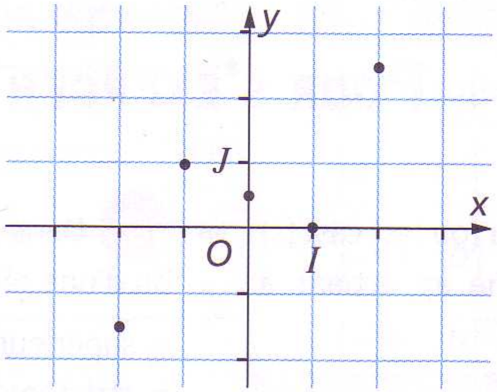
–

- par un **algorithme**.

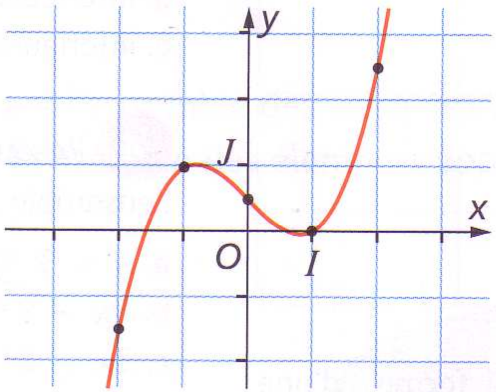
Exemple :

graphique

- par un **nuage de points** :



- par une **courbe représentative** :



numérique

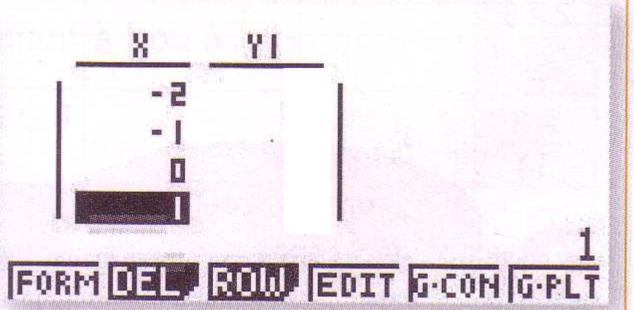
- par un **tableau de valeurs** :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$-1{,}5$				

ligne des antécédents, des abscisses

ligne des images, des ordonnées

- à l'aide de la calculatrice



Un nuage de points ou un tableau de valeurs ne peut décrire complètement une fonction que si l'ensemble de définition est fini.

II- Notion de fonction

2- Résolution graphique d'équations - recherche d'antécédents

Soit f une fonction et k un réel. On note $\mathcal{C}_f$ *la* courbe représentative de f dans un repère.

Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = k$ revient à déterminer les **antécédents** de k par la fonction f, cela revient donc à trouver les abscisses de tous les points de la courbe ayant une ordonnée égale à k.

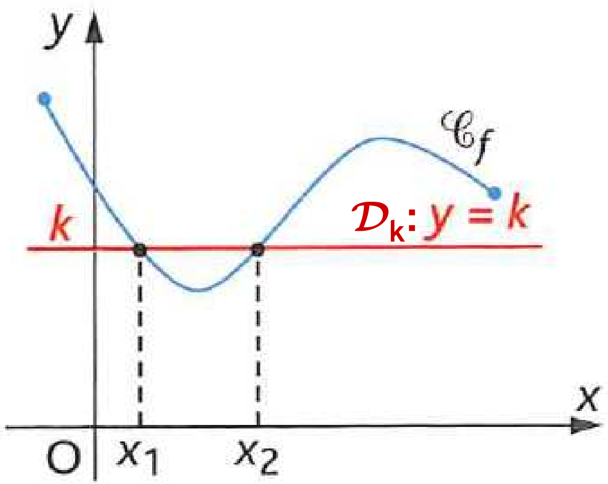
Méthode :

Pour cela, on trace la droite horizontale $\mathcal{D}_k$, d'équation $y=k$ *c'est une droite parallèle à l'axe des abscisses* ;

il y a autant d'antécédents (ou de **solutions** de l'équation) que de points d'intersection entre la courbe et la droite :

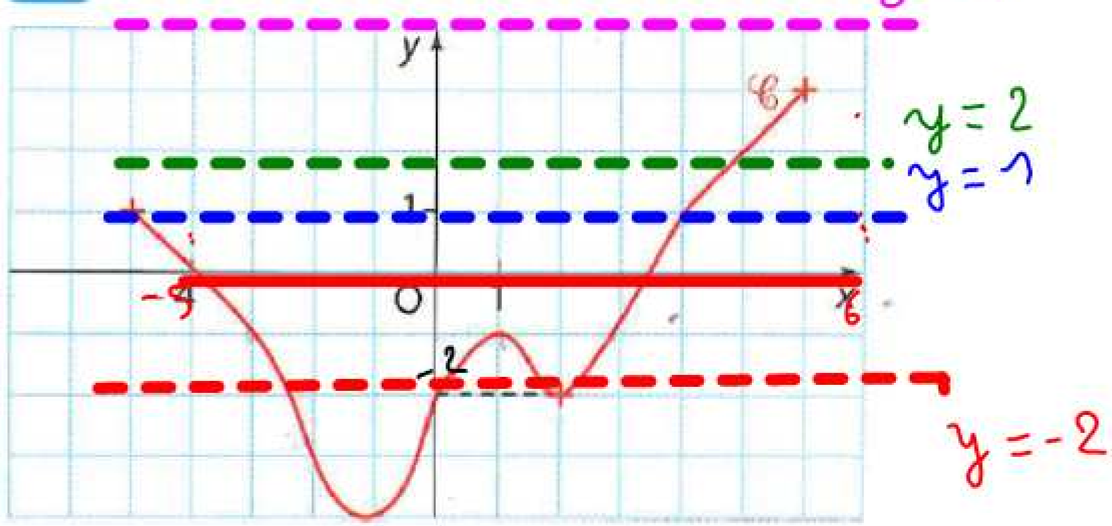
les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les **abscisses** des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}_k$.

Sur le graphique ci-contre, l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = k$ est $\mathcal{S} = \{ x_1 ; x_2 \}$



Exemple :

19 La courbe représente une fonction f.



1. Quel est son ensemble de définition ?

2. Quel est le nombre de solutions de chaque équation ?

a) $f(x) = -2$;

b) $f(x) = 1$;

c) $f(x) = 2$;

d) $f(x) = 4$.

(On ne demande pas de trouver les solutions, seulement de préciser leur nombre, qui peut être zéro.)

1. $\mathcal{D}_f = [-5 ; 6]$

2. a) 3 solutions

b) 2 solutions

c) 1 solution

d) pas de solution

II- Notion de fonction

3- Tableau de signes d’une fonction

Dresser le tableau de signe d’une fonction consiste à résumer dans un tableau les intervalles sur lesquels la fonction est positive, nulle ou négative.

❖ L’axe des abscisses est la droite d’équation y = 0

❖ Lorsque la courbe est située au dessus de l’axe des abscisses les images sont positives donc on a $f(x) > 0$

❖ Lorsque la courbe rencontre l’axe des abscisses, les images sont nulles donc on a $f(x)=0$

❖ Lorsque la courbe est située en dessous de l’axe des abscisses, les images sont négatives donc

on a $f(x)<0$

➢Sur le graphique ci-contre, on peut lire que :

la fonction f est positive sur [-3;2,5[

ensuite, $f(-2{,}5)=0$,

puis f est négative sur]-2,5;-0,25[; ensuite $f(-0{,}25)=0$;

puis f est positive sur [-0,25;4]

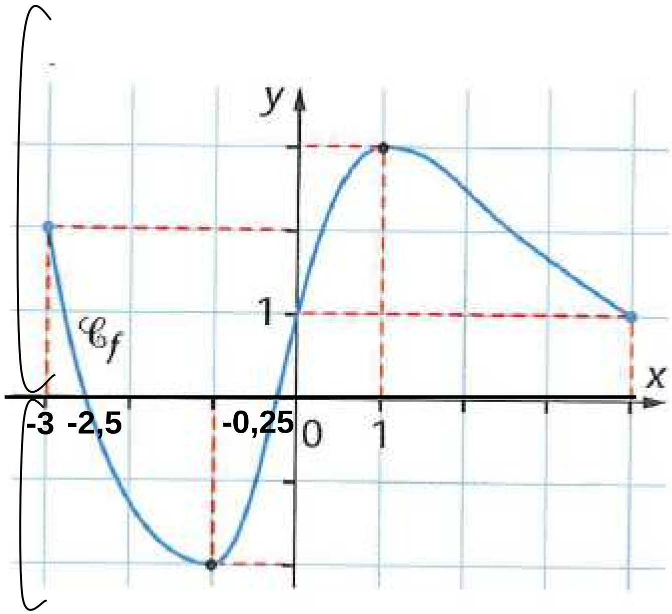


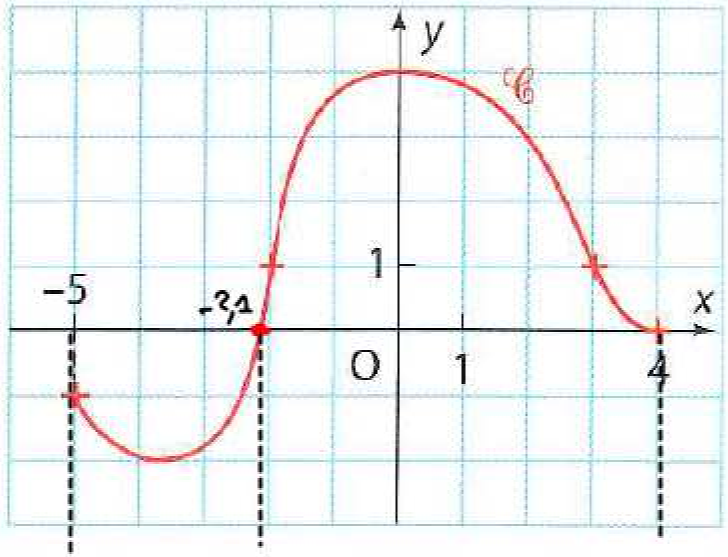
Tableau de signes de la fonction f

x	-3		-2,5		-0,25		4
$f(x)$		+	0	—	0	+	

Exemple :

Mise en pratique

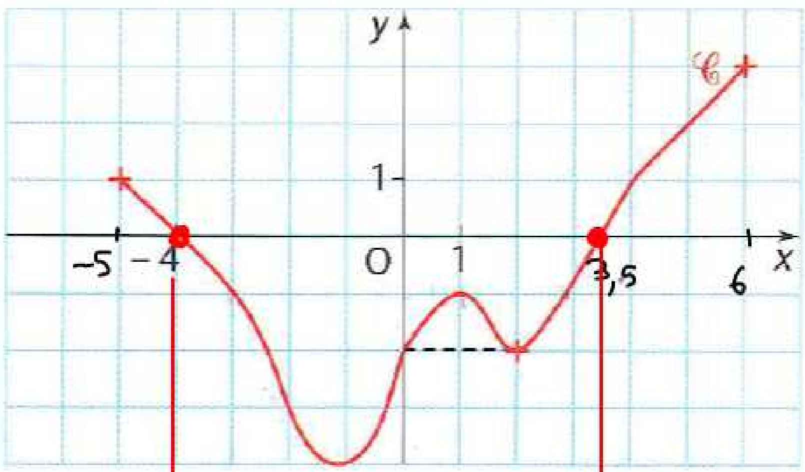
14 $\mathscr{C}$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-5\,;4]$.



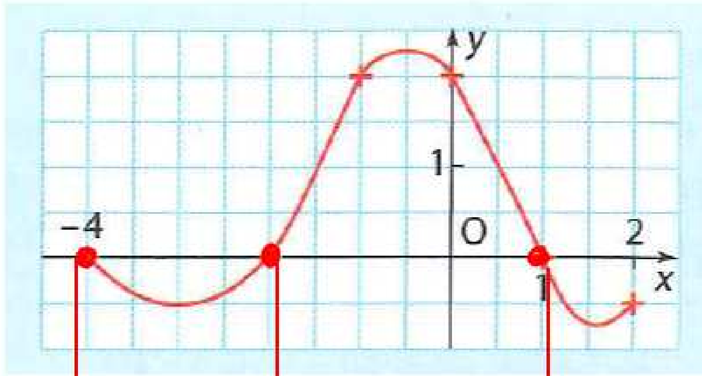
x	-5		$-2{,}1$		4
$f(x)$		$-$	0	$+$	0

← Ensemble de définition de f et valeurs pour lesquelles $f(x) = 0$ c'est à dire abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses

19 La courbe représente une fonction f.



1. Quel est son ensemble de définition ? $D_f = [-5;6]$



$D_f = [-4;2]$

x	-5		-4		$3{,}5$		6
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

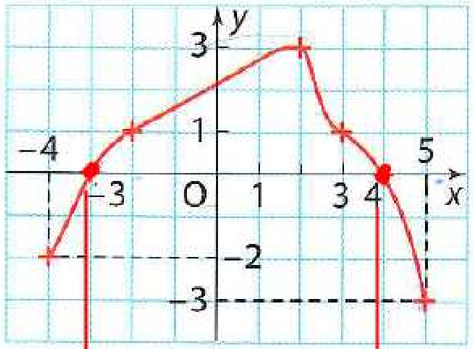
$f(x) = 0 \iff x = -4$ ou $x = 3{,}5$

x	-4		-2		1		2
$f(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$f(x) = 0 \iff x \in \{-4; -2; 1\}$

20 La courbe est la représentation graphique d'une fonction f.

$D_f = [-4;5]$

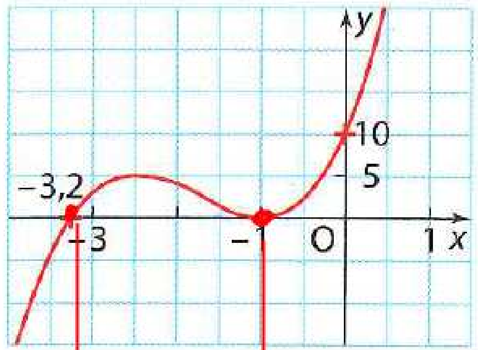


x	-4		$-3{,}5$		4		5
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$f(x)=0$: $S = \{-3{,}5 ; 4\}$

21 La fonction f représentée est définie sur $\mathbb{R}$.

$D_f = \mathbb{R}$



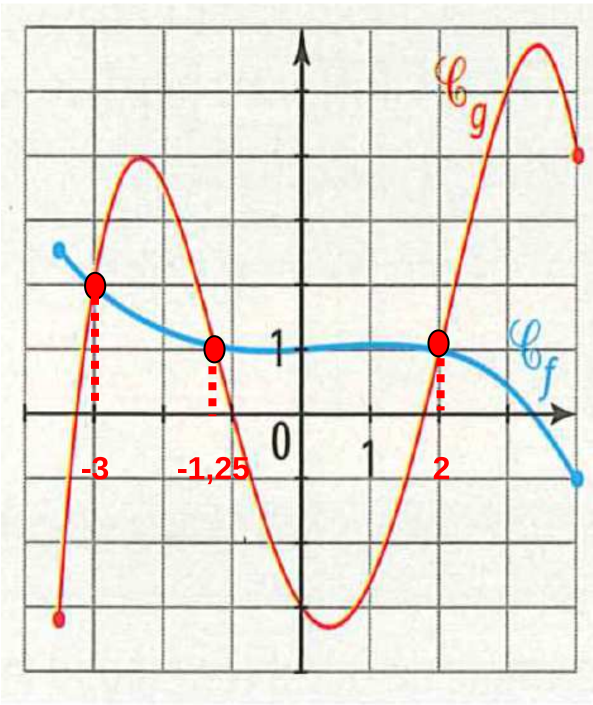
x	$-\infty$		$-3{,}2$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

$f(x)=0$: $S = \{-3{,}2 ; -1\}$

III- Résolution graphique d'équations ou d'inéquations

1- Equation du type *f(x)=g(x)*

Soit f et g deux fonctions dont les courbes représentatives dans un repère sont respectivement $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.



➢Résoudre graphiquement une équation du type $f(x)=g(x)$ consiste à déterminer les abscisses des points communs à $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

➢Il y a autant de solutions à l'équation que de points d'intersection entre les deux courbes : les solutions sont les abscisses de ces points.

On rédige de la façon suivante : $f(x)=g(x)$: $\mathcal{S}=\{-3;-1,25;2\}$

ou encore $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x\in \{-3;-1,25;2\}$

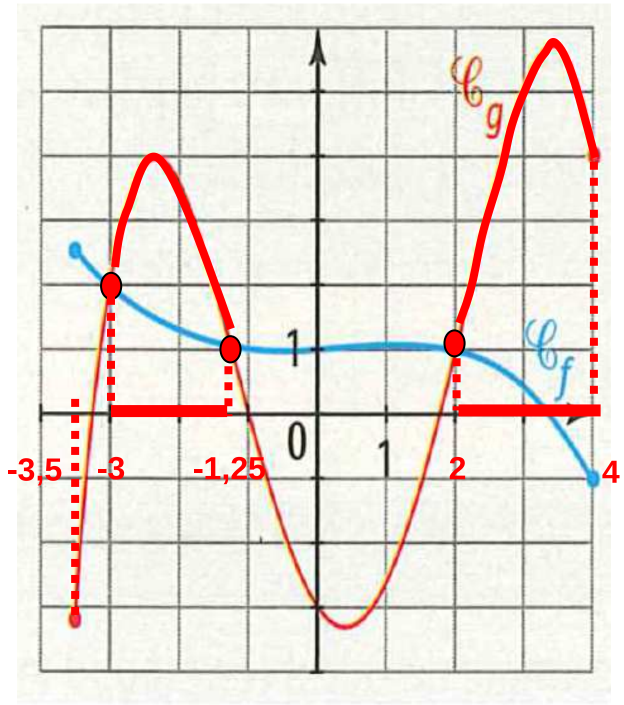
III- Résolution graphique d'équations ou d'inéquations

2- Inéquation du type *f(x)<g(x) ou f(x)>g(x)*

➢Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x)<g(x)$ (resp. $f(x)>g(x)$)consiste à déterminer les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ qui sont situés en dessous de $\mathcal{C}_g$ (resp. au dessus)

Comme l'inégalité est stricte, les points communs sont exclus de l'ensemble des solutions.

En revanche, si l'inégalité est large, les abscisses des points d'intersection font partie de l'ensemble des solutions.



On rédige de la façon suivante :

$g(x)>f(x)$: $\mathcal{S}$=]-3;-1,25 [U]2;4]

$f(x) \geq g(x)$: $\mathcal{S}$=[-3,5;-3] U [-1,25; 2]

ou encore $g(x)>f(x) \Leftrightarrow x\in$]-3;-1,25[U]2;4[

ou encore $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow x\in$ [-3,5;-3]U[-1,25; 2]

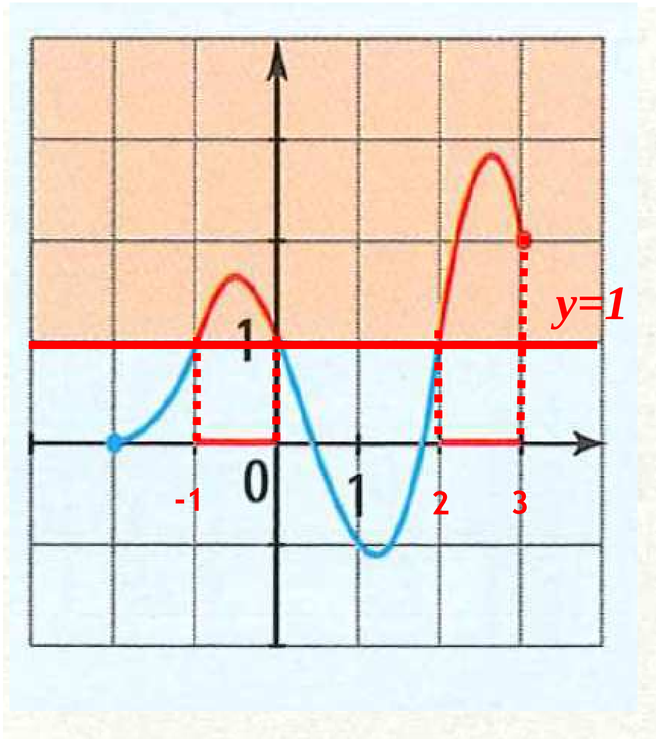
III- Résolution graphique d'équations ou d'inéquations

3- Cas particulier : inéquation du type *f(x)<k ou f(x)>k*

➢Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x)<k$ (resp. $f(x)>k$)consiste à déterminer les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ qui sont situés en dessous (resp. au dessus) de la droite horizontale d'équation $y=k$.

Comme l'inégalité est stricte, les points communs sont exclus de l'ensemble des solutions.

En revanche, si l'inégalité est large, les abscisses des points d'intersection font partie de l'ensemble des solutions.



On rédige de la façon suivante :

$f(x)>1$: $\mathcal{S}=]-1\,;0\,[\ \cup\ ]2;3\,]$

$f(x)\leq 1$: $\mathcal{S}=[-2;-1\,]\ \cup\ [0;\,2\,]$

IV- Sens de variation d'une fonction

1- fonction croissante

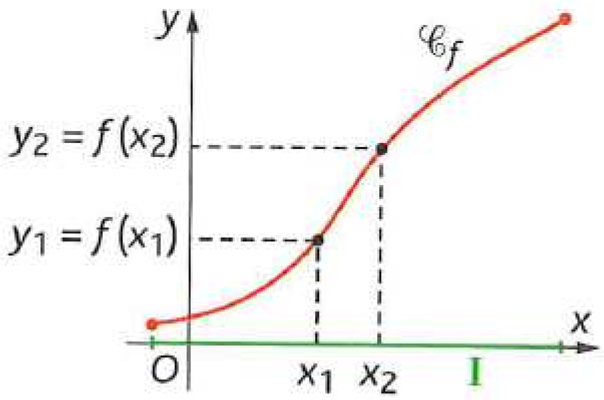
Dire qu'une fonction est **croissante sur un intervalle I** signifie que lorsque la variable augmente dans l'intervalle I, l'image augmente aussi.

Définition : La fonction f est croissante sur l'intervalle I lorsque pour tous réels x_1 et x_2 de I :

Si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \leq f(x_2)$

On dit que la fonction f conserve l'ordre:

les réels de l'ensemble I et leurs images par f sont rangés dans le même ordre



La courbe représentative de f « monte » de la gauche vers la droite.

IV- Sens de variation d'une fonction

2- fonction décroissante

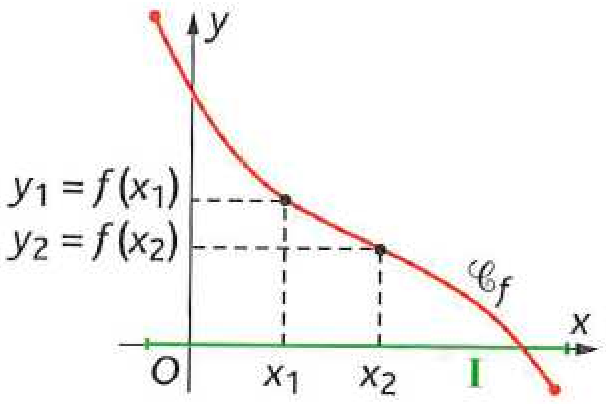
Dire qu'une fonction est **décroissante sur un intervalle I** signifie que lorsque la variable augmente dans l'intervalle I, l'image diminue.

Définition : La fonction f est décroissante sur l'intervalle I lorsque pour tous réels x_1 et x_2 de I :

Si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \geq f(x_2)$

On dit que la fonction f change l'ordre:

les réels de l'ensemble I et leurs images par f sont rangés dans un ordre contraire.



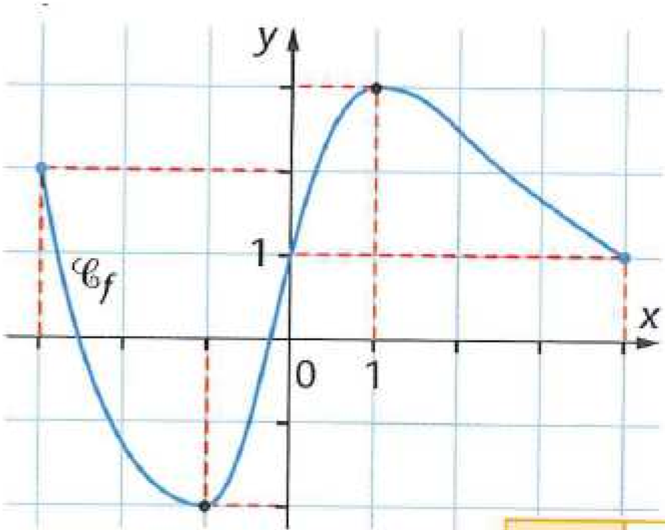
La courbe représentative de f « descend » de la gauche vers la droite.

IV- Sens de variation d'une fonction

3- Tableau de variation

On résume le sens de variation d'une fonction par un **tableau de variation.**

Exemple : f est définie sur [-3;4] par :



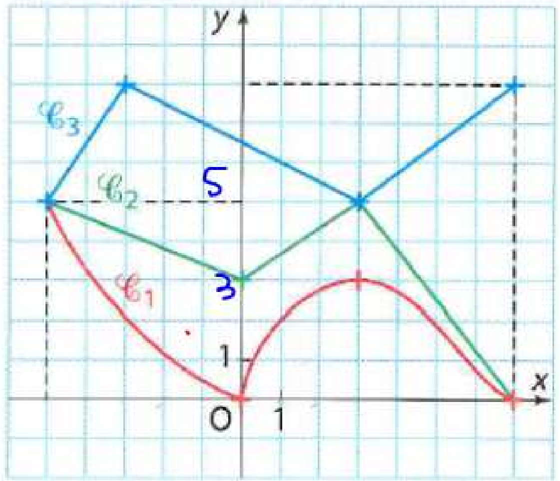
Le tableau de variation de f est :

x	-3		-1		1		4
$f(x)$	2	↘	-2	↗	3	↘	1

Ensemble de définition et réels où la fonction f change de sens de variation (*abscisses, rangées dans l'ordre*).

- Une flèche montante quand la fonction f est croissante.
- Une flèche descendante quand la fonction f est décroissante.
- En bout de flèches : les images associées (*ordonnées*).

28 Attribuez à chaque courbe son tableau de variation.



A $\mathscr{C}_3$

x	-5		-3		3		7
f			8	↘			8
	5	↗			5	↗	

B $\mathscr{C}_1$

x	-5		0		3		7
g	5	↘			3	↘	
			0	↗			0

C $\mathscr{C}_2$

x	-5		0		3		7
h	5	↘			5	↘	
			3	↗			0

29 Voici deux tableaux de variation trouvés dans des copies d'élèves.

Ils ont commis des erreurs. Retrouvez-les.

a)

x	1		3		5		10
$f(x)$	-4	↗	2	↘	$\frac{9}{4}$	↗	$1{,}5$

b)

x	-2		$\frac{5}{2}$		2		8
g	3	↗	2	↘	1	↗	26

a) problèmes : $\frac{9}{4} > 1{,}5$

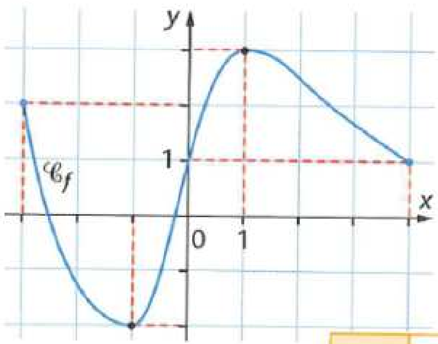
$2 < \frac{9}{4}$

correction possible rendant le tableau cohérent

x	1		3		5		10
$f(x)$	-4	↗	$2{,}5$	↘	$\frac{9}{4}$	↗	$2{,}5$

b) valeurs à placer dans l'ordre croissant

x	-2		$\cancel{\frac{5}{2}}$ 2		$\cancel{2}$ $5/2$		8
g	3	↗	$\cancel{2}$ 4	↘	1	↗	26



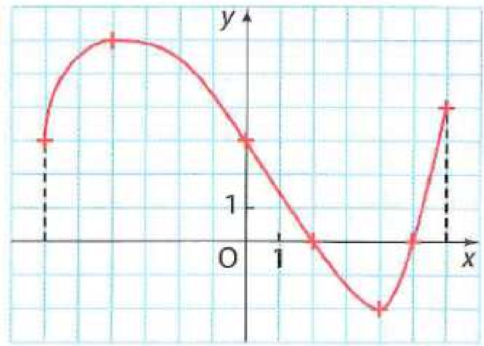
Le tableau de variation de f est :

x	-3		-1		1		4
$f(x)$	2	↘	-2	↗	3	↘	1

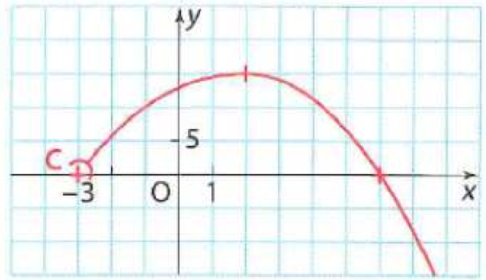
Ensemble de définition et réels où la fonction f change de sens de variation (*abscisses, rangées dans l'ordre*).

- Une flèche montante quand la fonction f est croissante.
- Une flèche descendante quand la fonction f est décroissante.
- En bout de flèches : les images associées (*ordonnées*).

26



27



$\boxed{26}$

x	-6		-4		4		6
$f(x)$	3	↗	6	↘	-2	↗	4

IV- Sens de variation d'une fonction

4- Extrema

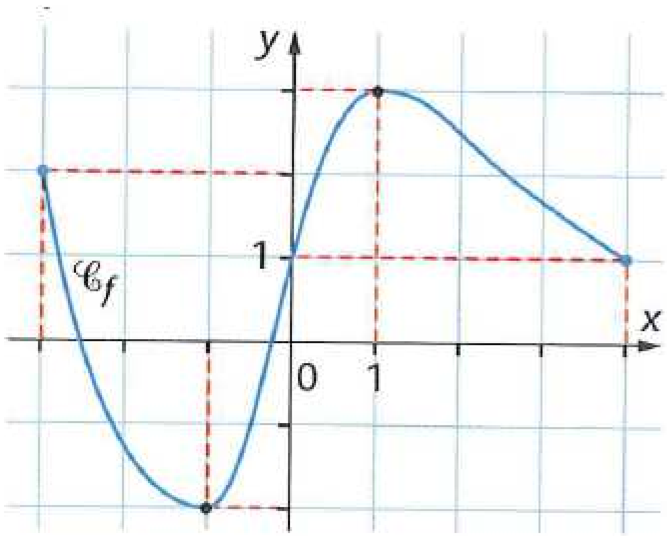
Un extremum est une valeur localement maximale ou minimale.

•Le maximum d'une fonction f sur un intervalle I, s'il existe, est la plus grande valeur possible des images, atteinte par un réel a de I.

Ainsi pour tout réel x de I, on a: $f(x) \leq f(a)$

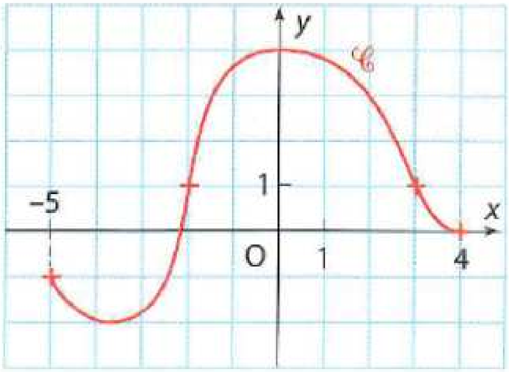
•Le minimum d'une fonction f sur un intervalle I, s'il existe, est la plus petite valeur possible des images, atteinte par un réel b de I.

Ainsi pour tout réel x de I, on a: $f(x) \geq f(b)$



Dans l'exemple précédent, le maximum de f est 3; il est atteint pour x=1 (ou « en 1 »)
le minimum de f est -2; il est atteint en -1.

14 $\mathscr{C}$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-5 ; 4]$.



le minimum de f est -2, atteint pour $x = -3,5$

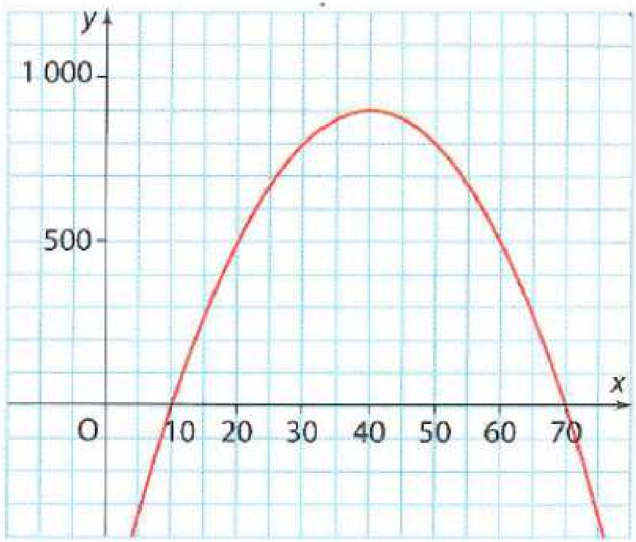
le maximum de f est 4 atteint en 0 (c'est à dire pour $x = 0$)

f est décroissante sur $[-5 ; -3,5]$

f est croissante sur $[-3,5 ; 0]$

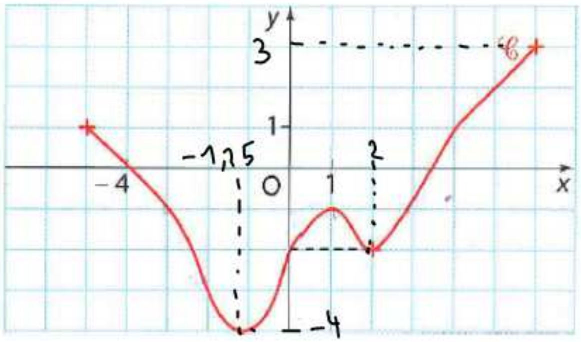
f est décroissante sur $[0 ; 4]$

18 $\mathscr{C}$ est la représentation graphique d'une fonction h définie sur $\mathbb{R}$.



le maximum de f sur $]-\infty ; +\infty[$ est 900 atteint en 40 (pour $x = 40$)

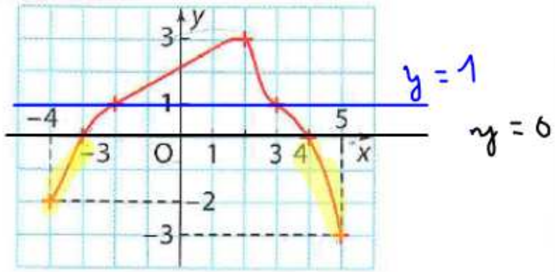
19 La courbe représente une fonction f.



sur $[-4;6]$ f atteint son maximum de 3 en 6
(c'est à dire pour $x=6$)
le minimum de f est -4 atteint en $-1{,}25$

x	-5	$-1{,}25$	1	2	6
$f(x)$	1 ↘	-4 ↗	1 ↘	-2 ↗	3

20 La courbe est la représentation graphique d'une fonction f.



Résolvez l'inéquation $f(x) \geqslant 1$, puis l'inéquation $f(x) < 0$.

$f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \in [-2;3]$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in [-4;-3[\cup]4;5]$

• tableau de signe

x	-4		-3		4		5
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

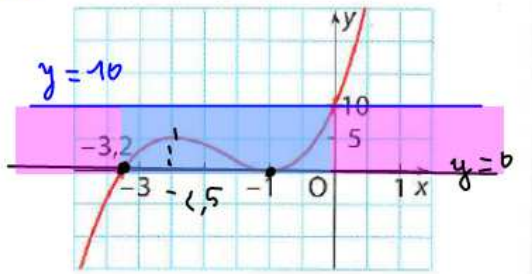
• tableau de variation

x	-4	2	5
$f(x)$	-2 ↗	3 ↘	-3

• f est croissante sur $[-4;2]$ et décroissante sur $[2;5]$

• f atteint son minimum de -3 en 5.
et son maximum est 3 pour $x=2$

21 La fonction f représentée est définie sur $\mathbb{R}$.



1. Résolvez l'inéquation $f(x) \geqslant 10$.

2. Résolvez la double inéquation : $0 \leqslant f(x) < 10$.

1) $f(x) \geq 10 \Leftrightarrow x \in [0;+\infty[$

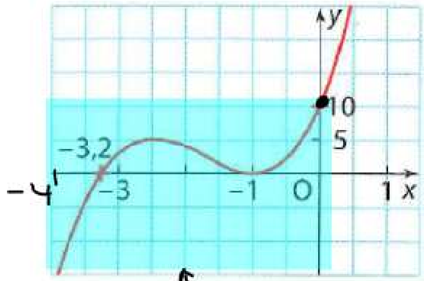
2) $0 \leq f(x) < 10$
$\Leftrightarrow x \in [-3{,}2;0[$

tableau de signe

x	$-\infty$		$-3{,}2$		-1		$+\infty$
		$-$	0	$+$	0	$+$	

tableau

21 La fonction f représentée est définie sur $\mathbb{R}$.



1. Résolvez l'inéquation $f(x) \geqslant 10$.
2. Résolvez la double inéquation : $0 \leqslant f(x) < 10$.

partie qui concerne $x \in [-4 ; 0]$

Tableau de variation de f

x	$-\infty$		$-2,5$		-1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

f est croissante sur $]-\infty ; -2,5]$ et sur $[-1 ; +\infty[$

et f est décroissante sur $[-2,5 ; -1]$

sur $[-4 ; 0]$ f atteint son maximum de 10 en 0.

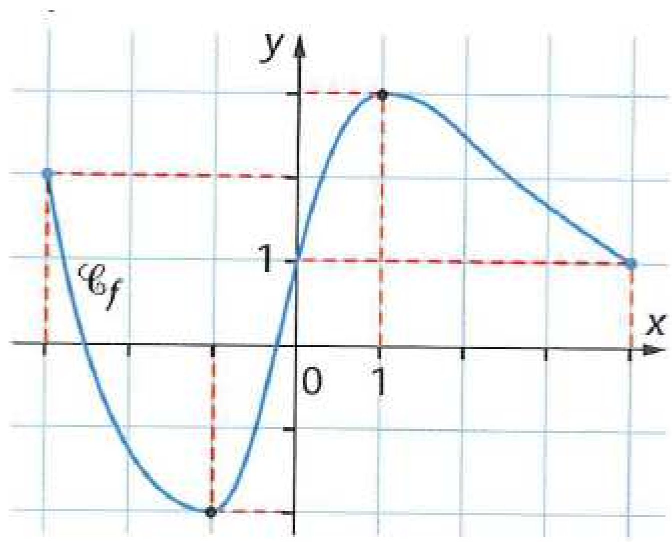
Notation : $\underset{[-4;0]}{\operatorname{Max}} f = 10$ en 0.

IV- Sens de variation d'une fonction

5- Monotonie

Une fonction est dite monotone sur un intervalle I, si son sens de variation est unique sur l'intervalle I.

➢Par exemple, la fonction dont le graphique a été présenté précédemment n'est pas monotone sur [-3;4] :



en effet,

f est décroissante sur [-3;-1] et sur [1;4] ;

f est croissante sur [-1;1]

Le sens de variation de f sur [-3;4] est donc multiple : f n'est pas monotone sur cet intervalle.

35 f est une fonction définie sur l'intervalle $I = [-10 ; 25]$.
Son tableau de variation est :

x	-10	-2	0	2	11	20	25
f	-40	$f(-2)$	35	$f(2)$	12	15	-68

1. Précisez le minimum et le maximum de f sur I.

2. Précisez le minimum et le maximum de f sur $[-10 ; 11]$.

3. Complétez le plus précisément possible les inégalités :

a) $-40 \leqslant f(-2) \leqslant 35$

b) $12 \leqslant f(2) \leqslant 35$

1. sur $I = [-10 ; 25]$ $\quad \underset{[-10;25]}{\text{Max}} f = 35$ en 0

$\underset{[-10;25]}{\text{Min}} f = -68$ pour $x = 25$

2. $\underset{[-10;11]}{\text{Min}} f = -40$ en -10 $\quad \underset{[-10;11]}{\text{Max}} f = 35$ en 0

3. f est croissante sur $[-10 ; 0]$ donc elle conserve l'ordre sur $[-10 ; 0]$

pour tout $-10 \leqslant x \leqslant 0$

on a $f(-10) \leqslant f(x) \leqslant f(0)$

$-40 \leqslant f(x) \leqslant 35$

f est décroissante sur $[0 ; 11]$ donc elle change l'ordre sur $[0 ; 11]$

pour tout $0 \leqslant x \leqslant 11$

$f(0) \geqslant f(x) \geqslant f(11)$

$35 \geqslant f(x) \geqslant 12$

$12 \leqslant f(x) \leqslant 35$

36 Le tableau de variation d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est :

x	$-\infty$	-1	2	8	15	22	$+\infty$
f	$\nearrow$	-3 $\searrow$	-10 $\nearrow$	0 $\nearrow$	$\sqrt{2}$ $\searrow$	0 $\searrow$	

1. a) Quel est le maximum de f sur l'intervalle $]-\infty\,;8]$?

b) Quel est le signe de $f(x)$ sur cet intervalle ?

2. a) Si $x \geqslant 22$, que peut-on dire du signe de $f(x)$?

b) Quel est le maximum de f sur $\mathbb{R}$?

Déduisez-en que l'équation $f(x) = 2$ n'a pas de solution.

1a) $\underset{]-\infty;8]}{\text{Max}} f = 0$ b) $f(x) \leqslant 0$ pour tout $x \in]-\infty;8]$

2 a) pour tout $x \geqslant 22$ $f(x) \leqslant 0$

b) $\underset{]-\infty;+\infty[}{\text{Max}} f = \sqrt{2}$

b) $\underset{\mathbb{R}}{\text{Max}} f = \sqrt{2} \iff$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(x) \leqslant \sqrt{2}$ donc 2 n'a pas d'antécédent par f.

$f(x) = 2$: $S = \emptyset$

37 Le tableau de variation d'une fonction f est :

x	-3	-2	1	3	4
f	5 $\searrow$	0 $\nearrow$	2 $\searrow$	$f(3)$	-1

1. Alice affirme : « D'après ce tableau de variation, $f(3) \leqslant 0$ ».
Alice a tort. Justifiez pourquoi.

2. Est-il vrai que la courbe représentative de f rencontre l'axe des abscisses en deux points ? Justifiez votre réponse.

1. Le tableau de variation permet seulement d'écrire

$-1 < f(3) < 2$

(attention au sens de l'inégalité, du plus petit au plus grand)

2. C_f rencontre 2 fois l'axe des abscisses $\iff f(x) = 0$ possède 2 solutions.
D'après le tableau de variation -2 est un antécédent de 0. De plus 0 possède un antécédent dans l'intervalle $[1;4]$ car sur $[1;4]$

39 Le tableau de variation de la fonction f est donné ci-dessous :

x	-9	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
f	-3 $\searrow$	-5 $\nearrow$	$f(-1)$	-1 $\nearrow$	4 $\searrow$	$f(2)$	-1 $\searrow$	

1. Combien 4 a-t-il d'antécédents par f ?

2. Complétez les inégalités suivantes le plus précisément possible :

a) $-1 \leqslant f(2) \leqslant 4$

b) $-5 \leqslant f(-1) \leqslant -1$

3. Existe-t-il un nombre de l'intervalle $[-9\,;-2]$ dont l'image est -1 ?

4. Résolvez l'inéquation $f(x) \leqslant -1$.

1. 4 possède un unique antécédent par f c'est 1. $f(x) = 4 \iff x = 1$

3) $\underset{[-9;-2]}{\text{Max}} f = -3$ donc pour tout $x \in [-9;-2]$ $f(x) \leqslant -3$ $-1 > -3$
donc -1 n'a pas d'antécédent par f dans $[-9;-2]$

4. $f(x) \leqslant -1 \iff x \in [-9;0] \cup [3;+\infty[$