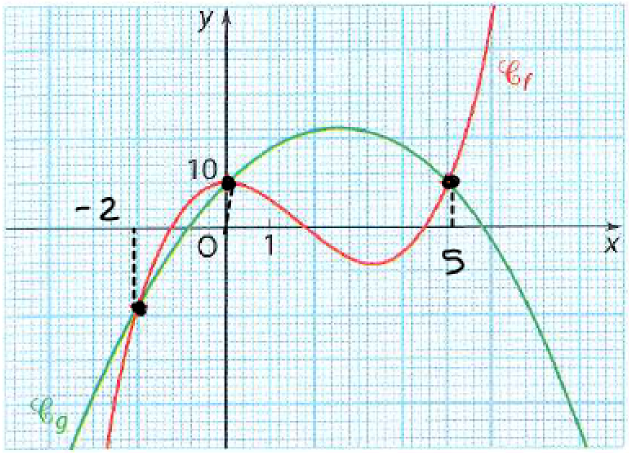
48 **Résoudre une équation $f(x) = g(x)$**

Les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ sont données ci-dessous.



3. On donne les expressions de f et g :

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 10$ et $g(x) = -2x^2 + 10x + 10$.

Contrôlez vos réponses à la question **2.**

$f(x) = g(x)$

$\iff x^3 - 5x^2 + \cancel{10} = -2x^2 + 10x + \cancel{10}$

on transpose

$\iff x^3 - 5x^2 + 2x^2 - 10x = 0$

$\iff x^3 - 3x^2 - 10x = 0$

1. Repérez les points d'intersection entre les deux courbes.

2. Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses de ces points. Vous pouvez retenir ce résultat et l'utiliser.

Déduisez-en les solutions de l'équation.

1. $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent 3 fois donc $f(x) = g(x)$ possède 3 solutions

2- Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses de ces 3 points : -2 ; 0 ; 5

Je rédige de la façon suivante :

3 façons

- $f(x) = g(x) \iff x \in \{-2 ; 0 ; 5\}$
- $f(x) = g(x)$: $\mathcal{S} = \{-2 ; 0 ; 5\}$
- $f(x) = g(x) \iff x = -2$ ou $x = 0$ ou $x = 5$

$\iff x \times x^2 - 3x \times x - 10 \times x = 0$

$\iff x(x^2 - 3x - 10) = 0$ on admet que $x^2 - 3x - 10 = (x+2)(x-5)$

$\iff x(x+2)(x-5) = 0$

D'après la règle du produit nul on a :

$x(x+2)(x-5) = 0 \iff x = 0$ ou $x + 2 = 0$ ou $x - 5 = 0$

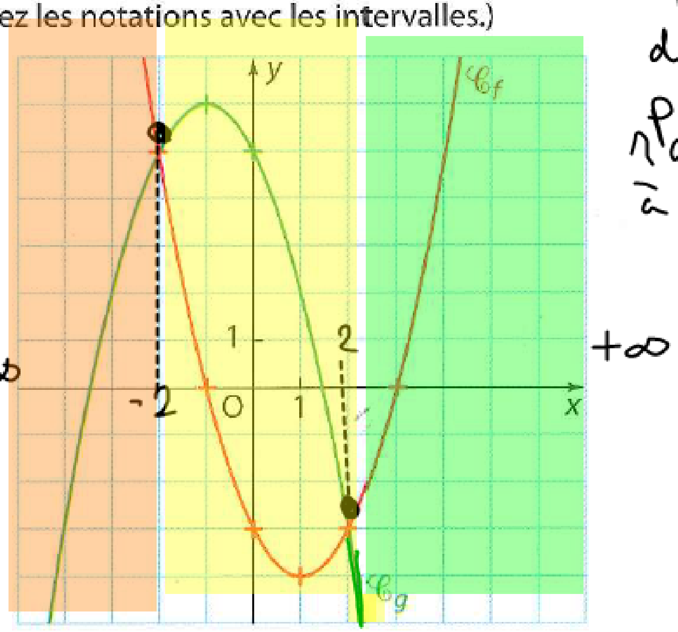
$\iff x = 0$ ou $x = -2$ ou $x = 5$

Repérez les points de la courbe de la fonction *f* situés au-dessus de ceux de la courbe de la fonction *g*.

2. Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ sont les abscisses de ces points.

a) Repérez les abscisses de ces points.

b) Déduisez-en les solutions de l'inéquation. (Utilisez les notations avec les intervalles.)



→ Mise en pratique : exercices 75, 76, 78 et 79

2- a) les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$ sont $x = -2$ et $x = 2$

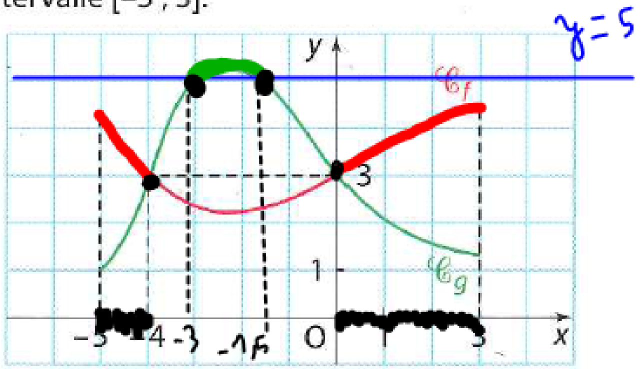
x	$-\infty$ $\quad$ -2	2	$+\infty$
position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $\mathscr{C}_g$	$\mathscr{C}_f$ au dessus de $\mathscr{C}_g$	$\mathscr{C}_f$ en dessous de $\mathscr{C}_g$	$\mathscr{C}_f$ au dessus de $\mathscr{C}_g$

intersection

intersection

$$f(x) \geqslant g(x) \iff x \in \left]-\infty ; -2\right] \cup \left[2 ; +\infty\right[$$

75 $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentent les fonctions f et g définies sur l'intervalle [−5 ; 3].



Déterminez graphiquement l'ensemble des réels x pour lesquels :

a) $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de $\mathscr{C}_g$;

b) $f(x) = g(x)$;

c) $f(x) < g(x)$.

d) $g(x) > 5$

a) remarque : déterminer l'ensemble des réels x pour lesquels $\mathscr{C}_f$ est au dessus de $\mathscr{C}_g$ revient à résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$.

$f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in [-5;-4[\cup]0;3]$

b) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x \in \{-4;0\}$

ou

$f(x) = g(x)$: $\mathcal{S} = \{-4;0\}$

ou

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 0$

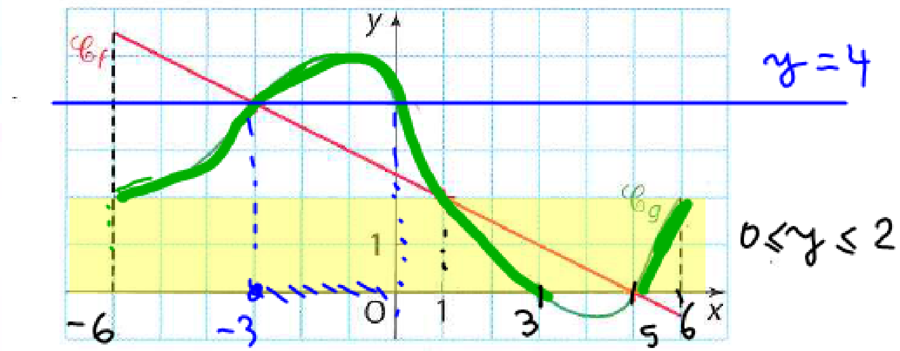
c) $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in]-4;0[$

d) on trace la droite horizontale d'équation $y = 5$

$g(x) > 5 \Leftrightarrow x \in]-3;-1,5[$

ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

74 $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentent les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-6\,;6]$.



Résolvez graphiquement les inéquations suivantes :

a) $0 \leqslant f(x) < 2$; b) $g(x) > 0$; c) $g(x) \geqslant 4$.

d) $f(x) > g(x)$

a) $0 \leq f(x) < 2 \iff x \in \,]1\,;5]$

b) $g(x) > 0 \iff x \in [-6\,;3[\,\cup\,]5\,;6]$

c) $g(x) \geqslant 4 \iff x \in [-3\,;0]$

pour mardi :

d) à terminer

\+ exercice n° 19 page 31

a) $\geqslant$

b) $<$

c) $>$

d) $\leqslant$