**entraînement pour le contrôle**

## EXERCICE 1

Soit $f$ une fonction définie pour tout réel $x$ et telle que :

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

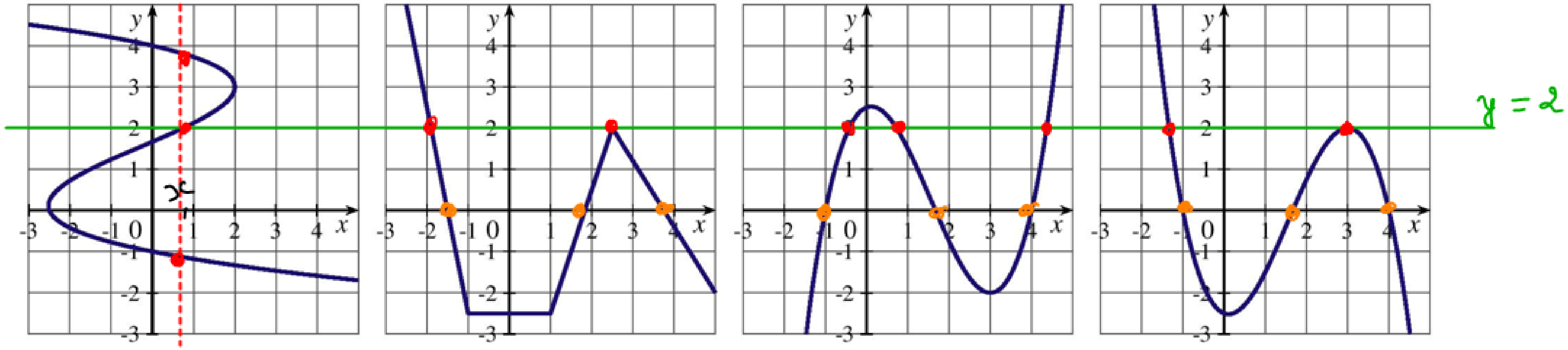
— l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions ;

$\mathcal{C}_f$ coupe 3 fois l'axe des abscisses

— 2 a exactement deux antécédents.

l'équation $f(x) = 2$ admet 2 solutions
la droite horizontale d'équation $y = 2$ coupe 2 fois $\mathcal{C}_f$

Parmi les courbes tracées ci-dessous, quelles sont celles qui peuvent représenter la fonction $f$ ?




Courbe $\mathscr{C}_1$ | Courbe $\mathscr{C}_2$ | Courbe $\mathscr{C}_3$ | Courbe $\mathscr{C}_4$

Analyse des courbes.

$\mathcal{C}_1$ ne peut représenter une fonction quelle qu'elle soit car elle revient en arrière de sorte qu'une valeur de $x$ possède plusieurs images.

$\mathcal{C}_3$ ne convient pas car la droite d'équation $y = 2$ coupe 3 fois $\mathcal{C}_3$.

$\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_4$ conviennent car elles coupent 3 fois l'axe des abscisses et 2 fois la droite horizontale d'équation $y = 2$

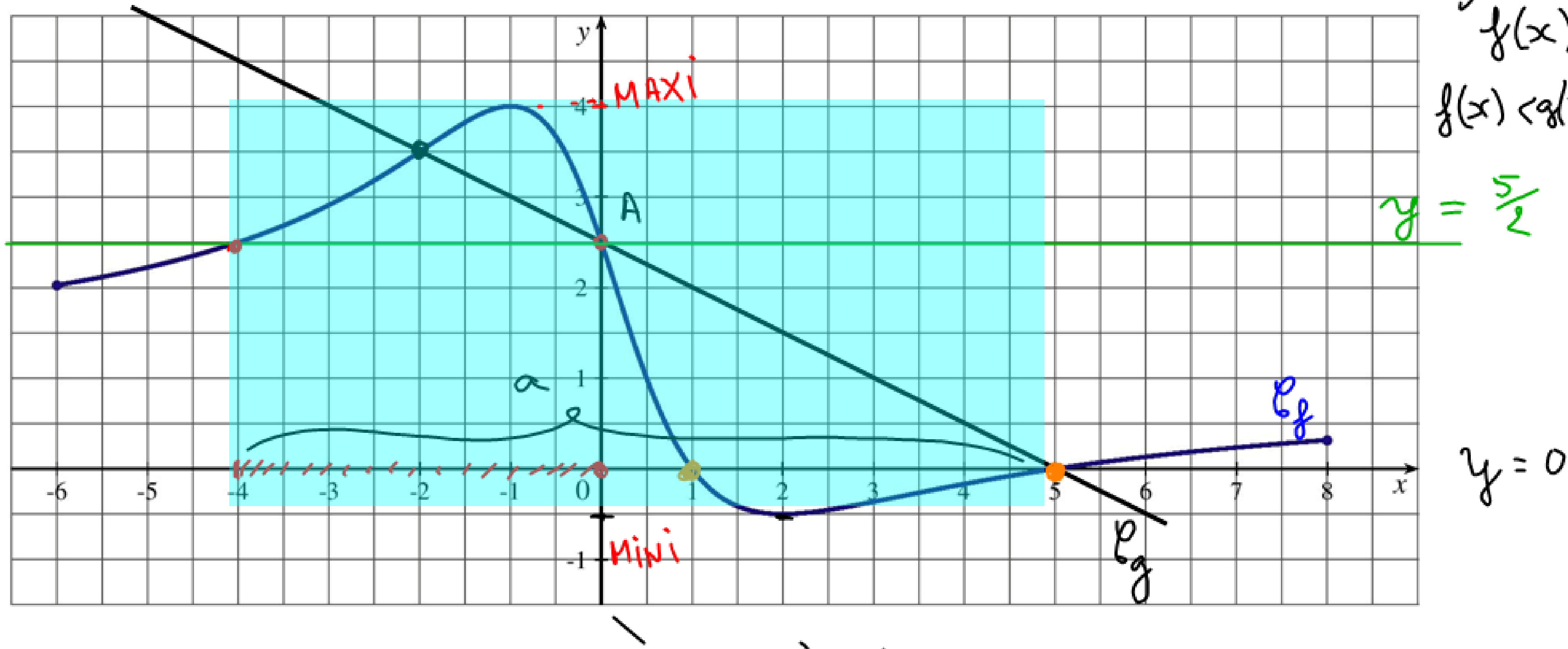
**EXERCICE 2**

Soit $f$ la fonction définie pour tout réel $x$ de l'intervalle $[-6;8]$. La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ est donnée ci-dessous.

Question supplémentaire

6) Résoudre graphiquement $f(x) < g(x)$

$f(x) < g(x) \iff x \in [-6;-2[ \cup ]0;5]$




1. Lire graphiquement l'image de 0 par la fonction $f$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant \frac{5}{2}$.
4. Donner le tableau de variation de la fonction $f$.
5. Si $a$ est un réel de l'intervalle $[-4;5]$, à quel intervalle appartient $f(a)$ ?

sur $[-4;5]$ $f$ atteint son minimum de $-0,5$ en 1
maximum de 4 en $-1$
donc pour tout $-4 \leq a \leq 5$ $-0,5 \leq f(a) \leq 4$

1) $f(0) = 2,5$

$f(0)$ c'est $f(x)$ pour $x = 0$

$A(0;2,5) \in \mathscr{C}_f$

2) $f(x) = 0 \iff x \in \{1;5\}$

$f(x) = 0 \iff x = 1$ ou $x = 5$

$f(x) = 0$ : $S = \{1;5\}$

3) $f(x) \geq \frac{5}{2} \iff x \in [-4;0]$

4)

| $x$ | $-6$ | | $-1$ | | $2$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-0,5$ | ↗ | $0,3$ |

## EXERCICE 4

$f$ et $g$ sont deux fonctions

1. Traduire chacune des phrases suivantes à l'aide d'égalités :

   a) L'image de $-2$ par la fonction $f$ est 3.

   b) L'antécédent de $\sqrt{2}$ par la fonction $g$ est $-1$.

   c) un antécédent de 7 par $f$ est 3

2. a) On sait que $f(-1) = 1$. Traduire cette égalité par une phrase contenant le mot "image".

   b) On sait que $g(1) = -2$. Traduire cette égalité par une phrase contenant le mot "antécédent".

   c) $g(x) = 3 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 7$ traduire cette égalité par une phrase contenant "image" ou "antécédent"

1 a) $f(-2) = 3$ b) $g(-1) = \sqrt{2}$ : pas précis ! c) $f(3) = 7$

ceci ne traduit pas exactement l'énoncé (voir c))

b) l'antécédent de $\sqrt{2}$ par $g$ est $-1$ $\Leftrightarrow$ l'équation $g(x) = \sqrt{2}$ admet pour unique solution $-1$

$\Leftrightarrow$ $g(x) = \sqrt{2}$ : $\mathcal{S} = \{-1\}$

$g(x) = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = -1$

2 a) l'image de $-1$ par la fonction $f$ est 1

b) un antécédent de $-2$ par la fonction $g$ est 1

c) les antécédents de 3 par $g$ sont 2 et 7

**EXERCICE 3**

Comparer : c'est placer une relation d'ordre < ou > entre 2 nombres

On considère une fonction $f$ dont le tableau de variations est le suivant :

| $x$ | $-10$ | $-13/3$ | $-4$ | $-\frac{7}{2}$ | $0$ | $1$ | $2$ | $\frac{17}{3}$ | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-2$ ↘ | $f(-13/3)$ | $f(-4)$ | $-5$ ↗ | $f(0)$ | $0$ ↘ | $-3$ ↗ | $0$ ↗ | $4$ |
| Signe de $f(x)$ | | | | $-$ | | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$-13/3 \simeq -4,33$

1. Comparer $f(-4)$ et $f\left(-\dfrac{13}{3}\right)$
2. Peut-on comparer les images de 0 et de 2 ?
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ ?

1. $f$ est décroissante sur $[-13/3 ; -4]$
donc $f$ change l'ordre sur $[-13/3 ; -4]$

$-13/3 < -4$

$f(-13/3) > f(-4)$

2. $f$ n'est pas monotone sur $[0;2]$
on ne peut donc pas comparer
$f(0)$ et $f(2)$
on sait que $f(2) = -3$ mais on ne peut
rien dire de plus sur $f(0)$ que $-5 < f(0) < 1$

3. $f(x) \leq 0 \iff x \in [-10 ; 17/3]$ (voir tableau de signe)

**EXERCICE 4**

$f$ et $g$ sont deux fonctions

1. Traduire chacune des phrases suivantes à l'aide d'égalités :

   a) L'image de $-2$ par la fonction $f$ est 3.

   b) L'antécédent de $\sqrt{2}$ par la fonction $g$ est $-1$.

   c) un antécédent de 7 par f est 3

2. a) On sait que $f(-1) = 1$. Traduire cette égalité par une phrase contenant le mot "image".

   b) On sait que $g(1) = -2$. Traduire cette égalité par une phrase contenant le mot "antécédent".

   c) $g(x) = 3 \iff x = 2$ ou $x = 7$ traduire cette égalité par une phrase contenant : "image" ou "antécédent"

1 a) $f(-2) = 3$

c) $f(3) = 7$

b) L'équation $g(x) = \sqrt{2}$ admet pour unique solution $-1$

$g(x) = \sqrt{2} \iff x \in \{-1\}$

$g(x) = \sqrt{2} \iff x = -1$

$g(x) = \sqrt{2}$ : $S = \{-1\}$

2 a) l'image de $-1$ par la fonction f est 1

b) un antécédent de $-2$ par g est 1

c) les antécédents de 3 par g sont 2 <u>et</u> 7

"l'équation $g(x) = 3$ admet pour solutions $x = 2$ ou $x = 7$".

"l'ensemble des solutions de $g(x) = 3$ est $S = \{2 ; 7\}$"