EXERCICE 1 (révision)

Correction des exercices de la feuille polycopiée

(u_n) est une suite arithmétique de raison a, déterminer l'entier k dans chacun des cas suivants :

1. $u_{21} = 34$, $a = 1{,}5$ et $u_k = 1$
2. $u_{10} = 64$, $u_5 = 14$ et $u_k = 114$.

1. (formule n°1) $U_n = U_0 + n \times r$

(formule n°2) $U_n = U_1 + (n-1) \times r$

Ici on utilise la formule n°3 : $U_n = U_p + (n-p) \times r$

Avec les notations de l'énoncé on a $U_n = U_k + (n-k) \times a$

pour $n = 21$ on a donc : $U_{21} = U_k + (21-k) \times a$

soit $34 = 1 + (21-k) \times 1{,}5$

$34 = 1 + 31{,}5 - 1{,}5 \times k$

$1{,}5k = 1 + 31{,}5 - 34$

$1{,}5k = -1{,}5 \iff k = \dfrac{-1{,}5}{1{,}5} = -1$

impossible car $k \in \mathbb{N}$ or $-1 \notin \mathbb{N}$.

2) Même méthode : $U_n = U_p + (n-p) \times r$

On commence par déterminer la raison de la suite

pour $n = 10$ et $p = 5$ on a : $U_{10} = U_5 + 5 \times r$

$64 = 14 + 5r$

$5r = 64 - 14$

$r = \frac{50}{5} = 10.$

Ensuite $U_n = U_k + (n-k) \times r$

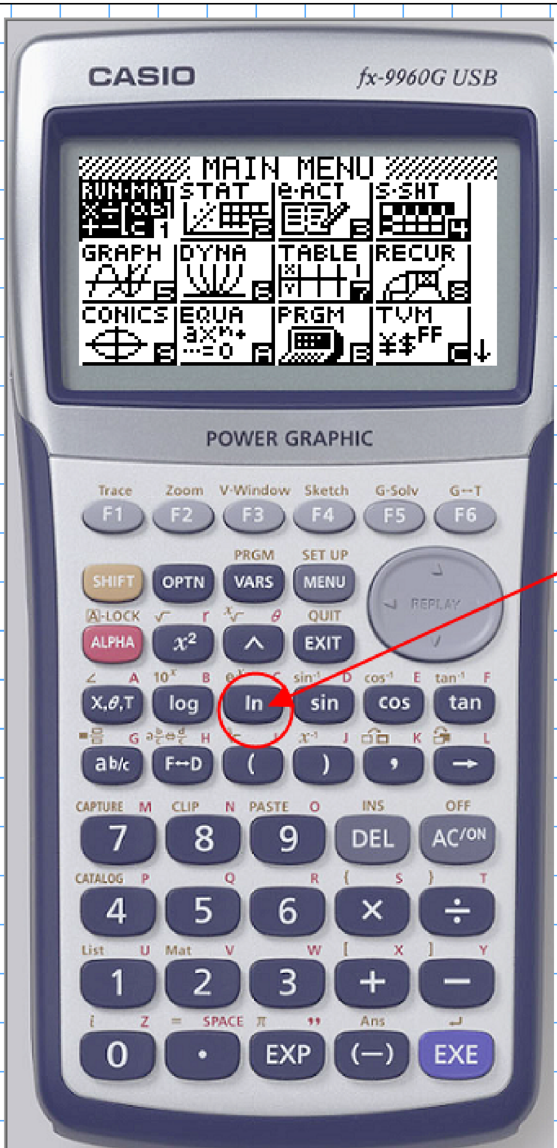
Pour $n = 10$ on a $U_{10} = U_k + (10-k) \times r$

$64 = 114 + (10-k) \times 10$

$64 = 114 + 100 - 10k$

$10k = 114 + 100 - 64$

$10k = 150$ d'où $k = \frac{150}{10} = 15$



Point Méthode :

quand l'inconnue est en exposant, on a besoin de faire tomber l'exposant pour se ramener à un problème du premier degré du type $ax+b=c$

<u>Exemple</u> : $2^x + 7 = 13$

$\iff 2^x = 13 - 7$ — on a isolé l'inconnue dans le 1er membre

$\iff 2^x = 6$ — l'inconnue est en exposant

$\iff \ln(2^x) = \ln 6$ — Pour faire tomber l'exposant on utilise une nouvelle fonction : c'est la fonction logarithme népérien, notée ln

$\iff x \ln 2 = \ln 6$ — car $\ln(a^n) = n \ln a$ la puissance est tombée

$\iff x = \dfrac{\ln 6}{\ln 2}$

EXERCICE 2 (révision)

(u_n) est une suite géométrique de raison q strictement positive, déterminer l'entier p dans chacun des cas suivants :

1. $u_6 = 4$, $q = \frac{1}{2}$ et $u_p = \frac{1}{4}$

Formule n°3

$U_n = U_p \times q^{n-p}$ pour $n = 6$ on a $U_6 = U_p \times q^{6-p}$

$4 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{6-p}$

$1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-p}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{6-p} = 1 \iff \ln\left(\frac{1}{2}\right)^{6-p} = \ln 1$

$\iff (6-p)\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

règle du produit nul $\iff 6-p = 0$ ou $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ faux

$\iff p = 6$

Pensez au "ln" pour faire "tomber" la puissance.

2. $u_3 = 16$, $u_7 = 1$ et $u_p = \frac{1}{8}$

Formule n°3 : $U_n = U_p \times q^{n-p}$

• De même que pour l'exercice 1, on commence par déterminer la raison.

$U_n = U_p \times q^{n-p}$ pour $n = 7$ et $p = 3$ $(n > p)$ on a :

$$U_7 = U_3 \times q^4$$

$$1 = 16 \times q^4 \iff q^4 = \frac{1}{16} \iff q = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Sachez utiliser les racines $n^{\text{ièmes}}$ ou encore la puissance $\frac{1}{n}$

$q = \frac{1}{2}$ en effet $q^4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

• Ensuite, $U_n = U_p \times q^{n-p}$ pour $n = 7$ on a $U_7 = U_p \times q^{7-p}$

soit : $1 = \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{7-p}$ d'où $8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{7-p}$ $\ln 8 = (7-p)\ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\ln 8 = (7 - p) \times (-\ln 2)$$

$$\Leftrightarrow \ln 2^3 = (p - 7)\ln 2$$

$$\Leftrightarrow 3\ln 2 = (p - 7)\ln 2$$

$$\Leftrightarrow 3 = p - 7$$

$$\Leftrightarrow p = 3 + 7 = 10$$