**Pour les exercices 51 et 52**

**Donnez le sens de variation de la suite géométrique $(u_n)$ de premier terme $u_0$ et de raison $q$.**

**51** a) $u_0 = 2$ et $q = 3$.

b) $u_0 = -3$ et $q = 2$.

**52** a) $u_0 = 5$ et $q = \frac{1}{3}$.

b) $u_0 = -7$ et $q = \frac{1}{2}$.

**53** a) $u_0 = 5$ ; $u_1 = 15$.

b) $u_0 = \frac{1}{4}$ ; $u_1 = \frac{3}{4}$.

**58 Économies**

Louis a placé un capital de 10 000 euros le 1er janvier 2010 au taux annuel de 4 %. À la fin de chaque année les intérêts sont capitalisés et rajoutés au capital. On suppose que Louis n'effectue pas de retrait avant le 1er janvier 2020.

On note $u_0 = 10\,000$, $u_1$ le capital au 1er janvier 2011, …, $u_n$ le capital au 1er janvier $2010 + n$.

**1.** Calculez $u_1$, $u_2$, $u_3$.

**2. a)** Quelle est la nature de la suite $(u_n)$ ?

**b)** Exprimez $u_n$ en fonction de $n$.

**3.** De quelle somme disposera Louis au 1er janvier 2020 ?

**51** $u_{n+1} - u_n = u_0 \times q^{n+1} - u_0 q^n = u_0 \times q^n \times (q - 1)$.

**a)** $u_{n+1} - u_n = 2 \times 3^n \times 2 = 4 \times 3^n$. $(u_n)$ est croissante.

**b)** $u_{n+1} - u_n = -3 \times 2^n \times 1 = -3 \times 2^n$. $(u_n)$ est décroissante.

**52** $u_{n+1} - u_n = u_0 \times q^n \times (q - 1)$.

**a)** $u_{n+1} - u_n = 5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{10}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

$(u_n)$ est décroissante.

**b)** $u_{n+1} - u_n = -7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

$(u_n)$ est croissante.

**53** $u_{n+1} - u_n = u_0 \times q^n \times (q - 1)$.

**a)** Ici $u_0 = 5$ et $q = 3$, donc $u_{n+1} - u_n = 5 \times 3^n \times 2 = 10 \times 3^n$,
donc $(u_n)$ est croissante.

**b)** Ici $u_0 = \frac{1}{4}$ et $q = 3$, donc $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4} \times 3^n \times 2 = \frac{1}{2} \times 3^n$,
donc $(u_n)$ est croissante.

**58** **1.** $u_1 = 1{,}04 \times 10\,000 = 10\,400$ ; $u_2 = 10\,816$ ;
$u_3 = 11\,248{,}64$.

**2. a)** $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 1,04.

**b)** $u_n = 10\,000 \times (1{,}04)^n$.

**c)** $u_{10} = 14\,802$, donc au 1er janvier 2020, Louis disposera de 14 802 €.

## 57 Bande de papier

On dispose d'une feuille de papier de 30 cm de long.
On la coupe dans le sens de la longueur et l'on fixe bout à bout les deux parties obtenues pour former une bande de 60 cm de long.
On recommence cette manipulation pour obtenir une nouvelle bande de 120 cm de long, etc.

On note $u_0 = 30$, $u_1$ la longueur après la première manipulation, $u_2$ la longueur après la deuxième manipulation, $u_n$ la longueur après la $n$-ième manipulation.

**1.** Déterminez $u_3$, $u_4$.

**2.** Quelle est la nature de la suite $(u_n)$ ?

**3.** En supposant que cela soit possible, combien de manipulations faudra-t-il effectuer pour obtenir une bande de plus de 10 km de long ?

**57** **1.** $u_0 = 30$ ; $u_1 = 60$ ; $u_2 = 120$ ; $u_3 = 240$.

**2.** $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 2.

**3.** $u_n = 30 \times 2^n$.

On veut : $30 \times 2^n > 10 \times 10^5$, soit $2^n > \dfrac{10^5}{3}$.

$2^{15} = 32\,768$ ; $2^{16} = 65\,536$ et $\dfrac{10^5}{3} \approx 33\,333{,}33$.

Il faudra effectuer au moins 16 manipulations pour avoir une bande de papier de plus de 10 km de long.