Correction du Devoir sur table n° 1

Lundi 24 septembre 2018

Durée : 50 minutes coefficient 1

EXERCICE 1 (15 *points*) un air de déjà vu…. Les questions sont indépendantes

1. Déterminer la fonction g qui, à la longueur x d'une arête de cube, associe le périmètre d'une face de cube.

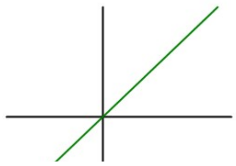
$$g(x) = 4x$$

2. Déterminer la fonction h qui, à la longueur x d'une arête de cube, associe le volume du cube.

$$h(x) = x^3$$

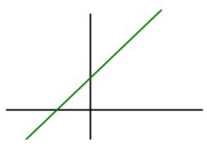
3. Donner la définition et la représentation graphique d'une fonction
   a. linéaire

Soit a un nombre réel. La fonction $f : x \mapsto ax$ est appelée fonction linéaire de coefficient a. Elle est associée à une situation de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité a. Sa représentation graphique est une



   b. affine

Soit a et b deux nombres réels. La fonction $f : x \mapsto ax + b$ est appelée fonction affine de coefficient a. Sa représentation graphique est une droite non horizontale et non verticale de coefficient directeur a et



   c. constante

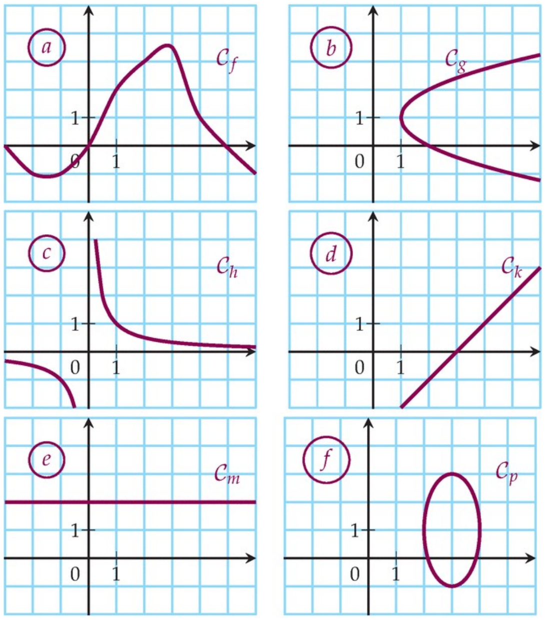
Soit b un nombre réel. La fonction $f : x \mapsto b$ est appelée fonction constante. Sa représentation graphique est

4. Parmi les expressions suivantes, entourer en rouges celles qui correspondent à des fonctions affines, souligner en bleu celles de fonctions linéaires, encadrer en vert celles de fonctions constantes.

a. $f(x) = 3x$ b. $g(x) = -7x + 2$ c. $h(x) = x^2 - 4$ d. $k(x) = x$

e. $l(x) = 5x - 4$ f. $m(x) = 5$

5. Parmi les courbes ci-contre, lesquelles représentent une fonction ?



a ; c ;d ; e

6. $h(x) = x^2 - 4$. Déterminer l'image de -5 par h.

$h(-5) = (-5)^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

7. $l(x) = 5x - 4$. Déterminer le(s) antécédents de 7 par l

l est une fonction affine donc 7 admet un unique antécédent par l, solution de l'équation $l(x) = 7$.

$l(x) = 7$

$\Leftrightarrow 5x - 4 = 7$

$\Leftrightarrow 5x = 7 + 4$

$\Leftrightarrow 5x = 11$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{11}{5}$

8. Voici un tableau de valeurs d'une fonction p.

x	-4	-2	0	2	4
$p(x)$	12	0	-4	0	12

a. Déterminer l'image de 0 par la fonction p.

$p(0) = -4$

c. Déterminer le(s) antécédents de 0 par la fonction p.

Les antécédents de 0 par p sont -2 et 2

9. VRAI ou FAUX

a. Par une fonction affine, tout nombre admet un unique antécédent : V | F

b. Par une fonction, tout nombre admet plusieurs images V | F

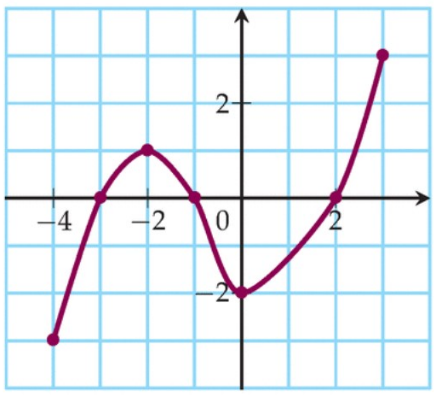
c. $l(x) = 5x - 4$. $A(-1 ; 1) \in \mathcal{C}_l$ V | F

d. $\dfrac{7}{9} \in \mathbb{Q}$ V | F

e. $\dfrac{7}{9} \in \mathbb{R}$ V | F

f. $\dfrac{7}{9} \in \mathbb{D}$ V | F

10. Le graphique ci-contre représente une fonction f .



a. Identifier l'ensemble des abscisses des points de la courbe représentative de f.

$x \in [-4;3]$

b. Déterminer graphiquement $f(1)$

$$f(1) = -1,25$$

c. Déterminer graphiquement le(s) antécédents de 0 par f.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = -1 \text{ ou } x = 2$$

d. Combien d'antécédent(s) possède 2 ? justifier

la droite horizontale d'équation $y = 2$ coupe 1 fois $\mathscr{C}_f$ donc 2 admet 1 unique antécédent par f.

e. Quel est le nombre d'antécédents de 1 ? justifier

la droite horizontale d'équation $y = 1$ coupe 2 fois $\mathscr{C}_f$ donc 1 admet 2 antécédents par f.

f. Donner un nombre réel m qui n'a qu'un unique antécédent par f.

On peut citer par exemple $m = 2,5$ ou $m = 2,9$ ou encore $m = 3$ ou encore $m = -3$ etc…(infinité de réponses)

g. Donner le nombre d'antécédents d'un réel t par f en fonction des valeurs de t.

On va distinguer plusieurs cas selon la valeur de l'image t.

- Si $t < -3$ alors $f(x) = t$ n'admet aucune solution
- Si $-3 \leq t < -2$ alors $f(x) = t$ admet une unique solution
- Si $t = -2$ alors $f(x) = t$ admet 2 solutions
- Si $-2 < t < 1$ alors $f(x) = t$ admet 3 solutions
- Si $t = 1$ alors $f(x) = t$ admet 2 solutions
- Si $1 < t \leq 3$ alors $f(x) = t$ admet une unique solution
- Si $t > 3$ alors $f(x) = t$ n'admet aucune solution

11. On sait que $f(-1) = 1$. Traduire cette égalité par une phrase contenant le mot "image".

L'image de -1 par f est 1.

12. On sait que $g(1) = -2$. Traduire cette égalité par une phrase contenant le mot "antécédent".

Un antécédent de -2 par g est 1.

13. Traduire mathématiquement chacune des phrases suivantes à l'aide d'égalités :

a. L'image de -2 par la fonction f est 3 : $f(-2) = 3$

b. Un antécédent de -2 par la fonction g est 3 : $g(3) = -2$

c. Les antécédents de -3 par la fonction h sont 4 et 7.

$$h(x) = -3 \quad \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = 7$$
$$\Leftrightarrow x \in \{4\ ;\ 7\}$$

14. Résoudre l'inéquation en précisant l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.

$$\begin{aligned} & 3x + 2 \leq 7x - 9 \\ \Leftrightarrow\quad & 3x - 7x \leq -9 - 2 \\ \Leftrightarrow\quad & -4x \leq -11 \\ \Leftrightarrow\quad & x \geq \frac{-11}{-4} \\ \Leftrightarrow\quad & x \in \left[\frac{11}{4}; +\infty\right[\end{aligned}$$

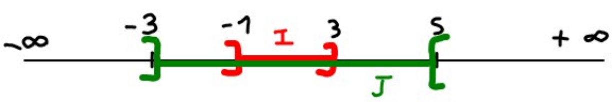
EXERCICE 2 (5 *points*)

1. Compléter le tableau suivant

Inégalité(s)	Intervalle(s)
$-2 < x \leq \frac{1}{2}$	$x \in \left]-2; \frac{1}{2}\right]$
$x \geqslant -\sqrt{3}$	$x \in [-\sqrt{3}; +\infty[$
$x > -\frac{3}{5}$ ou $x < -\frac{5}{3}$	$x \in \left]-\frac{3}{5}; +\infty\right[\cup \left]-\infty; -\frac{5}{3}\right[$
$x \leq \frac{10}{11}$ et $\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{9}{10}$	$x \in \left]-\infty; \frac{10}{11}\right] \cap \left[\frac{3}{4}; \frac{9}{10}\right]$

2. Soit les intervalles $I =]-1;3]$ et $J =]-3;5[$.

a. Déterminer $I \cap J$. On peut s'aider d'un dessin.



$$I \cap J =]-1;3]$$

b. Déterminer $I \cup J$. On peut s'aider d'un dessin.

$$I \cup J =]-3;5[$$