

23 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &\end{aligned}$$

1) $(x-2)^2 - (x+6)^2 = 6$

2) $5x + 8 = 9x - 7$

3) $(2x+1)(x+4) + (x+4)(3-5x) = 0$

4) $(x-7)(3x-5) - (9x-4)(x-7) = 0$

5) $(4x-7)(9x+5) = (8x-3)(4x-7)$

1) $(x-2)^2 - (x+6)^2 = 6$
 $\Leftrightarrow (x-2)^2 - (x+6)^2 - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) - (x^2 + 12x + 36) - 6 = 0$

$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 4x + 4 - \cancel{x^2} - 12x - 36 - 6 = 0$

$\Leftrightarrow -16x - 38 = 0$

$\Leftrightarrow -16x = 38$

$\Leftrightarrow x = \frac{-38}{16} = \frac{-2 \times 19}{2 \times 8} = \frac{-19}{8}$

$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{19}{8} \right\}$

$$2) 5x + 8 = 9x - 7$$

$$\Leftrightarrow 5x - 9x = -7 - 8$$

$$\Leftrightarrow -4x = -15$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{15}{-4} = \frac{15}{4}$$

$$3) (2x+1)(x+4) + (x+4)(3-5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4) \left[(2x+1) + (3-5x) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(2x+1+3-5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(-3x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x+4 = 0 \quad \text{ou} \quad -3x+4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \quad \text{ou} \quad -3x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{3}$$

$$S = \left\{ -4; \frac{4}{3} \right\}$$

$$4) (x-7)(3x-5) - (9x-4)(x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7) \left[(3x-5) - (9x-4) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)(3x-5-9x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)(-6x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-7 = 0 \quad \text{ou} \quad -6x-1 = 0$$

d'après la règle du produit nul

$$\Leftrightarrow x = 7 \quad \text{ou} \quad -6x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{6}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{6}; 7 \right\}$$

$$5) (4x-7)(9x+5) = (8x-3)(4x-7)$$

$$\Leftrightarrow (4x-7)(9x+5) - (8x-3)(4x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-7) \left[(9x+5) - (8x-3) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-7)(9x+5-8x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-7)(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x-7 = 0 \quad \text{ou} \quad x+8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \quad \text{ou} \quad x = -8$$

$$S = \left\{ -8; \frac{7}{4} \right\}$$

d'après la règle du produit nul

17 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1) $4x - 5 = 9x + 4$

2) $\frac{5x}{4} = \frac{21}{9}$

3) $3 - x = 10x - 7$

4) $\frac{1}{5} + \frac{3}{4}x = \frac{8}{9} - \frac{6}{7}x$

5) $(x - 7)^2 = (x + 4)^2$

6) $\sqrt{5}x(\sqrt{6}x - 4) = -2x$

1) $4x - 5 = 9x + 4$

$\Leftrightarrow 4x - 9x = 4 + 5$

$\Leftrightarrow -5x = 9$

$\Leftrightarrow x = -\frac{9}{5}$

$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{9}{5} \right\}$

3) $3 - x = 10x - 7$

$\Leftrightarrow -x - 10x = -7 - 3$

$\Leftrightarrow -11x = -10$

$\Leftrightarrow x = \frac{10}{11}$

2) $\frac{5x}{4} = \frac{21}{9}$

$\Leftrightarrow 5x \times 9 = 4 \times 21$

$\Leftrightarrow 45x = 84$

$\Leftrightarrow x = \frac{84}{45} = \frac{28 \times 3}{15 \times 3} = \frac{28}{15}$

$\mathcal{S} = \left\{ \frac{28}{15} \right\}$

4) $\frac{1}{5} + \frac{3}{4}x = \frac{8}{9} - \frac{6}{7}x$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x + \frac{6}{7}x = \frac{8}{9} - \frac{1}{5}$

$\Leftrightarrow \frac{3 \times 7 + 6 \times 4}{4 \times 7} x = \frac{8 \times 5 - 9 \times 1}{9 \times 5}$

$\Leftrightarrow \frac{45}{28} x = \frac{31}{45} \Leftrightarrow x = \frac{31}{45} \times \frac{9 \times 5}{45} \Leftrightarrow x = \frac{868}{2025}$

Autre méthode

2) $\frac{5x}{4} = \frac{21}{9}$

$\Leftrightarrow x = \frac{21 \times 4}{9 \times 5}$

$\Leftrightarrow x = \frac{84}{45}$

$\Leftrightarrow x = \frac{28}{15}$

$$5) (x-7)^2 = (x+4)^2$$

$$6) \sqrt{5}x(\sqrt{6}x-4) = -2x$$

$$6) \sqrt{5}x(\sqrt{6}x-4) + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x[\sqrt{5}(\sqrt{6}x-4) + 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow x(\sqrt{30}x - 4\sqrt{5} + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } \sqrt{30}x - 4\sqrt{5} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } \sqrt{30}x = 4\sqrt{5} - 2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{4\sqrt{5} - 2}{\sqrt{30}}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{4\sqrt{5} - 2}{\sqrt{30}} \right\}$$

$$5) (x-7)^2 - (x+4)^2 = 0$$

$$A^2 - B^2$$

$$\Leftrightarrow [(x-7)-(x+4)][(x-7)+(x+4)] = 0$$

$$[A - B][A + B]$$

$$\Leftrightarrow (x-7-x-4)(x-7+x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow -11(2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -11 = 0 : \text{impossible ou } 2x-3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

18 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1) $x - 6 > 8$

3) $8 - x \leq 3$

2) $2x < 7$

4) $-2x \geq 24$

2) $2x < 7$

$\Leftrightarrow x < \frac{7}{2}$

$\mathcal{S} =]-\infty; \frac{7}{2}[$

$\mathcal{S} =]-\infty; \frac{7}{2}[$

3) $8 - x \leq 3$

$\Leftrightarrow -x \leq 3 - 8$

$\Leftrightarrow -x \leq -5$

$\Leftrightarrow x \geq 5$

$\mathcal{S} = [5; +\infty[$

4) $-2x \geq 24$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{24}{-2} \Leftrightarrow x \leq -12 \quad \mathcal{S} =]-\infty; -12]$

19 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1) $4x - 7 \leq 10x + 8$

3) $2x + 9 \geq 3x - 2$

2) $8x + 11 < 3x - 4$

4) $-2x - 5 < -7x - 15$

1) $4x - 7 \leq 10x + 8 \Leftrightarrow 4x - 10x \leq 8 + 7 \Leftrightarrow -6x \leq 15 \Leftrightarrow x \geq -\frac{15}{6}$

$\mathcal{S} = [-\frac{15}{6}; +\infty[$

2) $8x + 11 < 3x - 4 \Leftrightarrow 5x < -15 \Leftrightarrow x < -3 : \mathcal{S} =]-\infty; -3[$

1) $x - 6 > 8$

$\Leftrightarrow x > 8 + 6$

$\Leftrightarrow x > 14$

$\Leftrightarrow x \in]14; +\infty[$

$\mathcal{S} =]14; +\infty[$



19 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1) $4x - 7 \leq 10x + 8$

3) $2x + 9 \geq 3x - 2$

2) $8x + 11 < 3x - 4$

4) $-2x - 5 < -7x - 15$

3) $2x + 9 \geq 3x - 2 \Leftrightarrow -x \geq -11 \Leftrightarrow x \leq 11 : \mathcal{S} =]-\infty; 11]$

4) $-2x - 5 < -7x - 15 \Leftrightarrow 5x < -10 \Leftrightarrow x < -2 : \mathcal{S} =]-\infty; -2[$