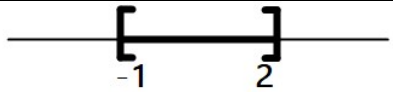
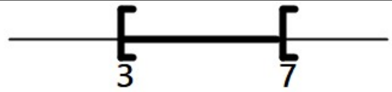
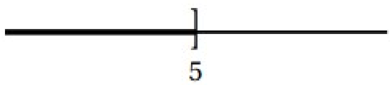
Le sujet est à remettre à l'intérieur de la copie double.

CORRECTION

PARTIE A : généralités sur les fonctions

Exercice 1 : *intervalles* *1,5 points*

Compléter le tableau suivant

intervalle	inégalité	graphique
$x \in [-1;2]$	$-1 \leq x \leq 2$	
$x \in [3;7[$	$x < 7$ et $x \geq 3$	
$x \in]-\infty;5]$	$x \leq 5$	

Exercice 2 : *intervalles* *1,5 points*

Compléter en utilisant les symboles $\in$ ou $\notin$

2,1 … $\in$ ….. $]2;3]$ 2,1 …… $\notin$ ….. $\{2;3\}$ 2 … $\notin$ …….. $]2;3]$

3 … $\in$ …….. $]2;3]$ – 5 …… $\notin$ ….. $]-\infty;-6]$ π … $\in$ …….. $]3;4[$

Exercice 3 : *vocabulaire des fonctions* *4 points*

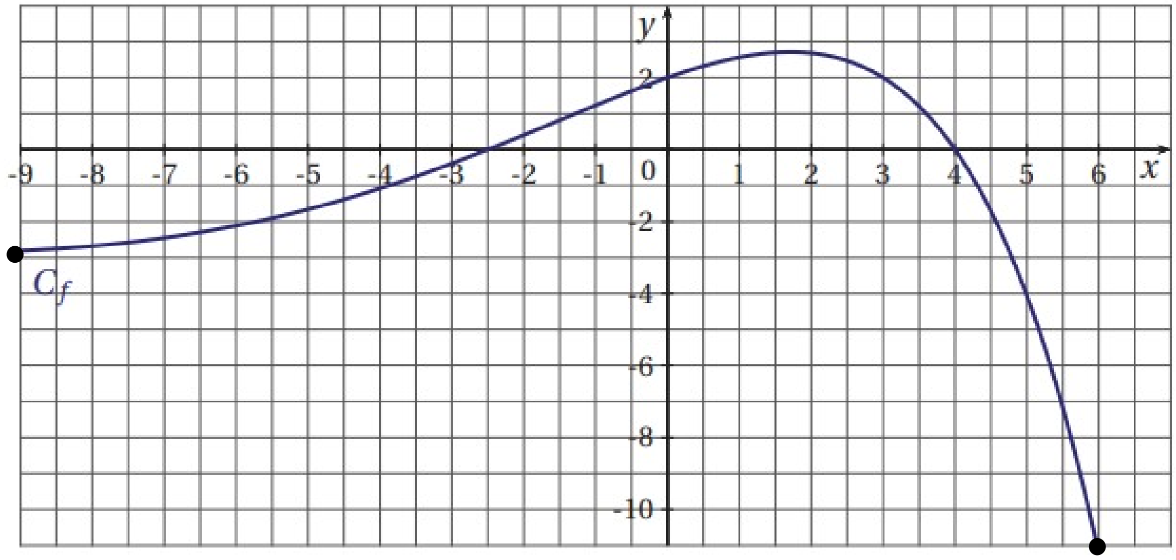
f et g sont deux fonctions.

1. Traduire chacune des phrases suivantes à l'aide d'égalités.
   a. L'image de – 3 par la fonction f est 1 :
   $f(-3)=1$
   b. L'antécédent de $\sqrt{3}$ par la fonction f est 2.
   $f(x)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x=2$
   c. – 5 a pour image 2 par la fonction g :
   $g(-5)=2$
   d. 3 a pour antécédents – 2 et 2 par la fonction g :
   $f(x)=3 \Leftrightarrow x \in \{-2;2\}$

2. On sait que $f(-2)=1$ et $g(1)=-2$.
   a. Traduire chacune de ces deux égalités par une phrase contenant le mot « image ».
   – 2 a pour image 1 par la fonction f. L'image de 1 par la fonction g est – 2.
   b. Traduire chacune de ces deux égalités par une phrase contenant le mot « antécédent ».
   Un antécédent de 1 par f est – 2 . Un antécédent de – 2 par g est 1.

Exercice 4 : *lecture graphique* *5 points*

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous dans le plan muni d'un un repère orthonormal est la courbe représentative d'une fonction f .



Par lecture graphique :

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? $D_f = [-9;6]$
2. Quelle est l'image de 5 par la fonction f . $f(5) = -4$
3. Quels sont les antécédents de 2 par f ? $f(x) = 3 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 2$
4. Résoudre $f(x) = 0$. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2,5;4\}$
5. Dresser le tableau de signe de f .

x	-9		-2,5		4		6
$f(x)$		-	0	+	0	-	

6. Dresser le tableau de variations de f .

x	-9	1,75	6
$f(x)$		2,75	
	-3		-10,5

7. Résoudre $f(x) > 2$. $f(x) > 2 \Leftrightarrow x \in]0;3[$

PARTIE B : configurations planes

Exercice 1 : questions de cours *4 points*

1. Donner la formule permettant de calculer les coordonnées du milieu I d'un segment $[AB]$.

   Soit I = $m[AB]$ alors $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

2. Dans un repère orthonormé, donner la formule permettant de calculer la distance AB .
   $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$
3. IJKL est-il un parallélogramme ? $I(-1;2)$ $J(2;7)$ $K(7;9)$ $L(4;\ 5)$
   IJKL est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales [IK] et [JL]se coupent en leur milieu.
   Soit d'une part : N= $m[IK]$ alors $N\left(\dfrac{x_I+x_K}{2};\dfrac{y_I+y_K}{2}\right)$ on obtient : $N(3;5,5)$
   Soit d'autre part M= $m[JL]$ alors $M\left(\dfrac{x_J+x_L}{2};\dfrac{y_J+y_L}{2}\right)$ on obtient : $M(3;6)$
   Les points M et N ne sont pas confondus : les diagonales de IJKL ne se coupent pas en leur milieu. Donc IJKL n'est pas un parallélogramme.

4. On donne les points $I(7;-2)$ et $B(1;3)$.
   Déterminer les coordonnées du point A tel que I est le milieu de $[AB]$.
   $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$ on a donc : $x_A=2x_I-x_B\ =13$ et $y_A=2y_I-y_B=-7$

Exercice 2 : un air de déjà vu *4 points*

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (0 ;I ;J) on a placé les points suivants :
$S(-3,2;3,2)$ $A(8;1,6)$ $W(3,2;8)$ $P(1,6;-3,2)$

1. Calculer les longueurs des trois côtés du triangle SWA.
2. En déduire la nature du triangle SWA.
3. Calculer les coordonnées du milieu des segments $[SA]$ et $[WP]$.
4. En déduire, la nature du quadrilatère SWAP.

Il est toujours utile de commencer par faire une figure pour pouvoir conjecturer.

1. $SW^2=(x_w-x_S)^2+(y_W-y_S)^2=(3,2-(-3,2))^2+(8-3,2)^2=6,4^2+4,8^2=64$ donc $SW=\sqrt{64}=8$
   $SA^2=(x_A-x_S)^2+(y_A-y_S)^2=(8-(-3,2))^2+(1,6-3,2)^2=11,2^2+1,6^2=128$ donc
   $S4=\sqrt{128}=\sqrt{64\text{x}2}=\sqrt{64}\text{x}\sqrt{2}=8\sqrt{2}$
   $AW^2=(x_w-x_A)^2+(y_W-y_A)^2=(3,2-8)^2+(8-1,6)^2=4,8^2+6,4^2=64$ donc $AW=\sqrt{64}=8$

2. AW = SW donc le triangle SWA est isocèle en W. De plus :
   D'une part : $SW^2+AW^2=128$ D'autre part : $SA^2=128$
   Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, SAW est rectangle en W.
   Conclusion : SAW est rectangle isocèle en W.

3. Soit d'une part : N= $m[SA]$ alors $N\left(\frac{x_S+x_A}{2};\frac{y_S+y_A}{2}\right)$ on obtient : $N(2,4;2,4)$

   Soit d'autre part M= $m[WP]$ alors $M\left(\frac{x_W+x_P}{2};\frac{y_W+y_P}{2}\right)$ on obtient : $M(2,4;2,4)$

   On a donc $M=N$. Les diagonales $[SA]$ et $[WP]$ se coupent en leur milieu.

4. Dans le quadrilatère SWAP, on sait que les diagonales $[SA]$ et $[WP]$ se coupent en leur milieu.
   Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.
   Donc SWAP est un parallélogramme.

   Dans le parallélogramme SWAP, 2 côtés consécutifs sont de même longueur, donc c'est un losange.
   Dans le losange SWAP, deux côté consécutifs sont perpendiculaires, donc c'est un carré.

   Conclusion : SWAP est un carré.