

Devoir maison n°2

Exercice obligatoire

On donne :

$$A(x) = (x-1)(2x+3) + 2(x-1)(x-4)$$

1. Justifier les résultats suivants, obtenu à l'aide du logiciel de calcul formel Xcas

1	<code>developper ((x-1) * (2x+3) + 2 * (x-1) * (x-4))</code>
	$4x^2 - 9x + 5$
2	<code>factoriser ((x-1) * (2x+3) + 2 * (x-1) * (x-4))</code>
	$(x-1) * (4x-5)$

2. En s'aidant des résultats trouvés à la question précédente résoudre les équations suivantes :

$$A(x) = 0$$

$$A(x) = 5$$

$$A(x) = -9x - 4$$

Exercice facultatif

Résoudre l'équation :

$$(2x-4)^3 = (2x-4)$$

CORRECTION

exercice 1

1) a) Vérification du développement

$$\begin{aligned} & [(x-1) \times (2x+3) + 2(x-1) \times (x-4)] \\ &= [(x \times 2x + x \times 3 - 1 \times 2x - 1 \times 3) + 2(x-1)(x-4)] \\ &= [(2x^2 + 3x - 2x - 3) + 2(x-1)(x-4)] \\ &= [(2x^2 + 1x - 3) + 2(x-1)(x-4)] \\ &= [(2x^2 + 1x - 3) + (2x-2)(x-4)] \\ &= [(2x^2 + 1x - 3) + (2x \times x + 2x \times -4 - 2 \times x - 2 \times -4)] \\ &= [(2x^2 + 1x - 3) + (2x^2 - 8x - 2x + 8)] \\ &= [(2x^2 + 1x - 3) + (2x^2 - 10x + 8)] \\ &= (2x^2 + 1x - 3 + 2x^2 - 10x + 8) \\ &= 4x^2 - 9x + 5 \end{aligned}$$

1b) Vérification de la factorisation

$$\begin{aligned} & [(x-1) \times (2x+3) + 2(x-1) \times (x-4)] \\ &= (x-1)[(2x+3) + 2(x-4)] \\ &= (x-1)(2x+3+2x-8) \\ &= (x-1)(4x-5) \end{aligned}$$

2) Choisir la forme adaptée pour résoudre une équation

$$A(x) = 0 \quad \text{on utilise la forme factorisée}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(4x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x-5 = 0 \quad \text{d'après la règle du produit nul}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{ou} \quad 4x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{4}$$

$$S = \left\{ 1; \frac{5}{4} \right\}$$

$$A(x) = 5 \quad \text{on utilise la forme développée}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 9x + 5 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 9x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(4x-9) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x-9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{9}{4}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{9}{4} \right\}$$

$$A(x) = -9x - 4 \quad \text{on utilise la forme développée}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 9x + 5 = -9x - 4$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 5 = -4$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = -9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = -\frac{9}{4}$$

or un carré est toujours positif ou nul

donc $S = \emptyset$

exercice facultatif

$$(2x-4)^3 = (2x-4)$$

$$\Leftrightarrow (2x-4)^3 - (2x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-4)[(2x-4)^2 - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-4)[(2x-4)^2 - 1^2] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-4)[(2x-4-1)(2x-4+1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-4)[((2x-4)-1)((2x-4)+1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-4)[(2x-5)(2x-3)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-4) = 0 \quad \text{ou} \quad (2x-5) = 0 \quad \text{ou} \quad (2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4 \quad \text{ou} \quad 2x = 5 \quad \text{ou} \quad 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ 2; \frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right\}$$