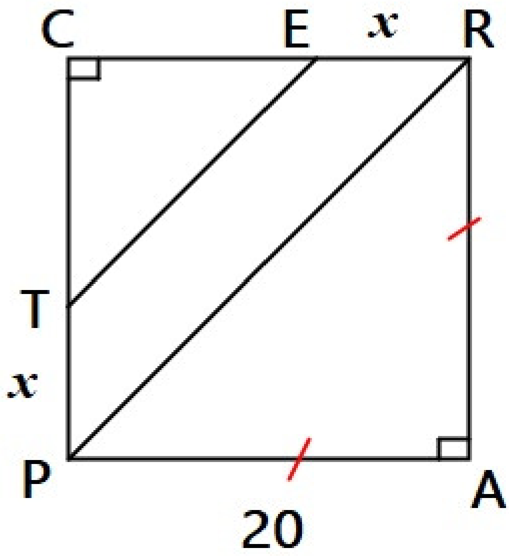
Compte-rendu du DM 1

Il s'agit d'un DM de niveau 5ème , chapitre sur le calcul littéral.

Connaissances nécessaires : aire d'un carré, aire d'un triangle rectangle.



Question : quelle égalité x doit-il vérifier pour que l'aire de PRET soit de 150 cm².

Données : PARC est un carré de côté 20cm
PT = ER = x.

Conjecture : PRET est un trapèze.

Cela signifie que le quadrilatère semble être un trapèze mais que cela reste à démontrer.

Observation : L'aire de PRET se déduit par différence de l'aire de PRC et de l'aire de TEC. $A_{PRET} = A_{PRC} - A_{TEC}$

Rédaction :

Exprimons en fonction de x l'aire de PRET.

On a :
$A_{PRET} = A_{PRC} - A_{TEC}$

On sait par hypothèse* que les points C, E, R et P,T,C sont alignés dans cet ordre.
De plus, $PR = PC = 20$ et $PT = ER = x$.
On en déduit donc que $CE = CT = 20 - x$
Il en résulte que les triangles PRC et TEC sont rectangles isocèles en C.

D'une part :

$$A_{PRC} = \frac{CP \times CR}{2} = \frac{20 \times 20}{2} = \frac{20^2}{2}$$

D'autre part :

$$A_{TEC} = \frac{CE \times CT}{2} = \frac{(20-x) \times (20-x)}{2} = \frac{(20-x)^2}{2}$$

On en déduit donc que

$$A_{PRET} = A_{PRC} - A_{TEC}$$
$$= \frac{20^2}{2} - \frac{(20-x)^2}{2}$$

Ainsi : $A_{PRET} = 150$

$$\Leftrightarrow \frac{20^2}{2} - \frac{(20-x)^2}{2} = 150$$

$$\Leftrightarrow 20^2 - (20-x)^2 = 300$$

$$\Leftrightarrow (20-x)^2 = 100$$

Il n'était pas demandé de résoudre l'équation. L'exercice était donc du niveau 5ème .

** en mathématiques, les hypothèses sont les données de l'énoncé.*

Méthode pour résoudre cette équation :

Regarder la capsule suivante : on a en effet une équation de la forme $X^2 = k$

A terminer par vos soins !

2ème méthode : trop compliquée …Pythagore, Thalès et agrandissement réduction

Conjecture : PRET est un trapèze.

- Démontrons que PRET est un trapèze

[commentaire :
a- c'est-à-dire que les triangles TEC et PRC sont semblables (j'ai beaucoup apprécié ce mot de vocabulaire dans les travaux de ceux qui ont essayé d'utiliser cette méthode). La méthode de démonstration de géométrie n'est pas acquise du tout. Vous faites pour la plupart une narration de recherche peu organisée. Les confusions sont par ailleurs nombreuses entre un segment $[AB]$et sa longueur AB.
b- dire que les triangles sont semblables signifie que le petit est une réduction du grand.
c- c'est donc une situation de Thalès
d- dans cette démonstration j'utiliserai la propriété notée P1 : la diagonale d'un carré de côté c a pour mesure $c\sqrt{2}$]

On sait par hypothèse* que les points C, E, R et P,T,C sont alignés dans cet ordre.
De plus, PR = PC = 20 et PT =ER = x .

Or,

D'une part :

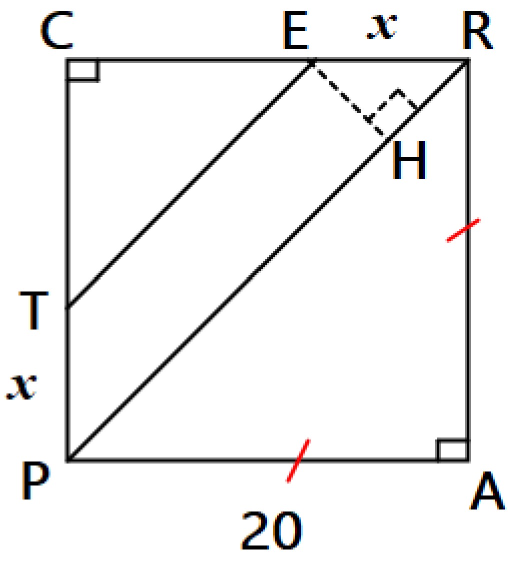
$$\frac{CT}{CP} = \frac{20-x}{20}$$

D'autre part :

$$\frac{CE}{CR} = \frac{20-x}{20}$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (TE)//(PR).
Il en résulte que PRET est un trapèze et que d'après le théorème de Thalès $\frac{TE}{PR} = \frac{20-x}{20}$

- Calculons l'aire du trapèze PRET.



L'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $A = \frac{(B+b)}{2} x h$

Soit H le projeté orthogonal de E sur $[PR]$
On a donc
B=$PR = 20\sqrt{2}$ (P1)
b=TE= $TE = \frac{20-x}{20} x PR$ = $TE = \frac{20-x}{20} x 20\sqrt{2} = (20-x)\sqrt{2}$
et $h = EH$.
$(TE)//(PR)$ donc les angles correspondants $\widehat{CET}$ et $\widehat{ERH}$ sont de même mesure, le triangle ERH est rectangle isocèle en H.

On en déduit que $EH = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$

Exprimons en fonction de x l'aire de PRET :

$$A_{PRET} = \frac{20\sqrt{2} + (20-x)\sqrt{2}}{2} \times \frac{x\sqrt{2}}{2} = \frac{20x \times 2 + (20-x)x \times 2}{2 \times 2} = \frac{20x + (20-x)x}{2}$$

Ainsi, $A_{PRET} = 150$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{20x + (20-x)x}{2} = 150$

$\Leftrightarrow \quad 20x + (20-x)x = 300$

$\Leftrightarrow \quad 40x - x^2 = 300$

équation qu'il n'est pas possible de résoudre, sous cette forme, à ce stade de l'année.
Mais fournir cette équation répondait à la question posée.