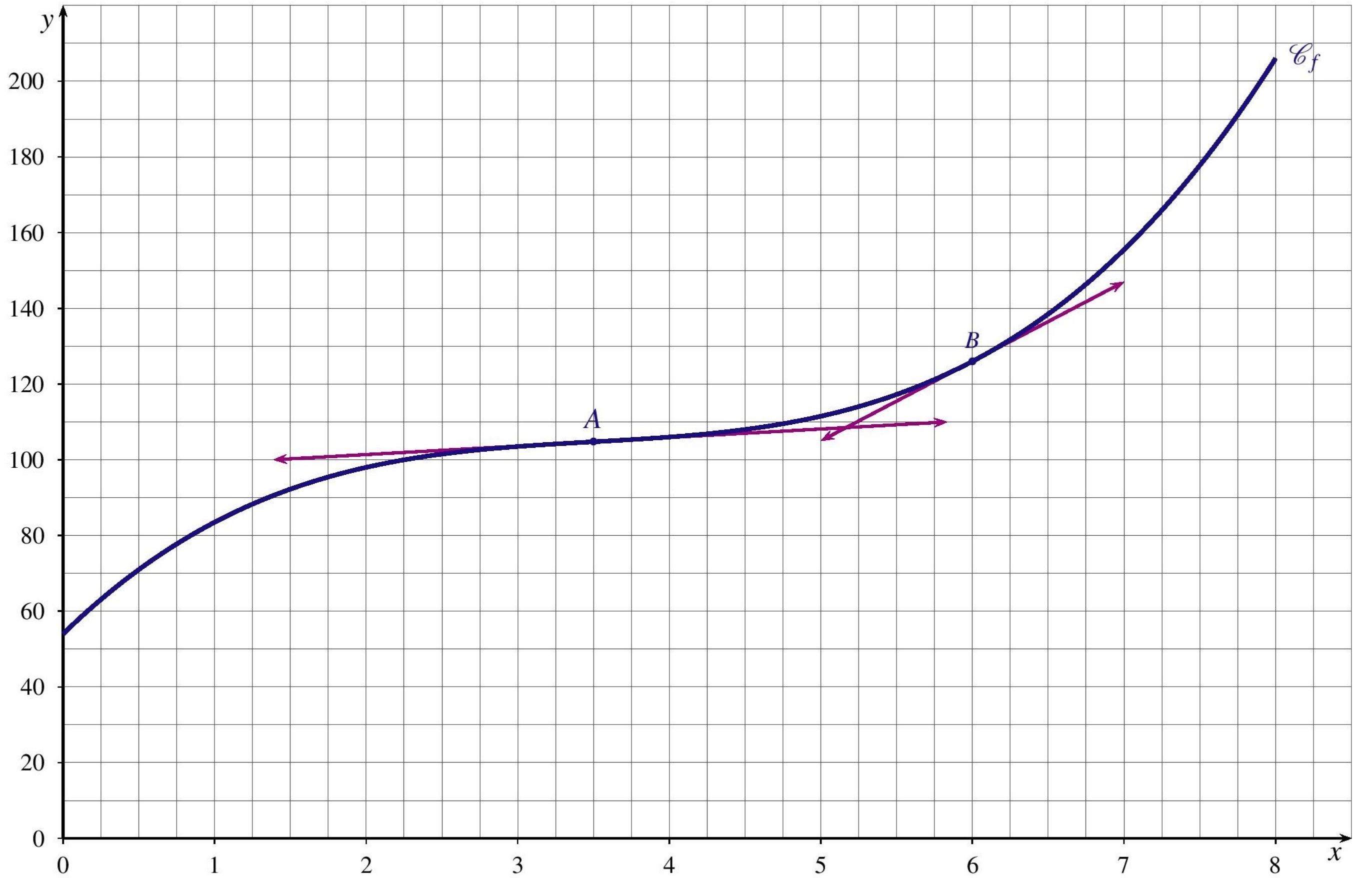
# Devoir maison n° 5

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on a tracé la courbe $C_f$ représentative de la fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $]0;8]$ ainsi que les tangentes à la courbe aux points $A(3{,}5;104{,}75)$ et $B(6;126)$.
La tangente en $B$ à la courbe $C_f$ passe par l'origine du repère.




On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$ et $f''$ la dérivée seconde de la fonction $f$.

**PARTIE A**

À partir du graphique et des renseignements fournis :

1. Déterminer $f'(6)$ et $f''(3{,}5)$ ;
2. Sur quel intervalle la fonction $f$ semble-t-elle convexe ? concave ?

**PARTIE B**

La fonction $f$ est définie pour tout réel $x$ élément de l'intervalle $]0;8]$ par $f(x) = x^3 - 10{,}5x^2 + 39x + 54$.

1. Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction $f$.
3. Étudier la convexité de la fonction $f$.
4. Que représente le point $A$ pour la courbe $C_f$ ?

**PARTIE C**

Une entreprise produit et commercialise un article. Sa capacité de production mensuelle est limitée à 8 milliers d'articles.
La fonction $f$ modélise sur l'intervalle $]0;8]$ le coût total de production exprimé en milliers d'euros, où $x$ désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués.
On note $C_M(x)$ le coût moyen de production exprimé en euros, par article fabriqué. $C_M$ est la fonction définie sur l'intervalle $]0;8]$ par $C_M(x) = x^2 - 10{,}5x + 39 + \dfrac{54}{x}$.
On admet que la fonction $C_M$ est dérivable sur l'intervalle $]0;8]$ et on appelle $C'$ sa fonction dérivée.

1. Calculer $C'(x)$, et vérifier que $C'(x) = \dfrac{(x-6)(2x^2+1{,}5x+9)}{x^2}$ pour tout $x$ de l'intervalle $]0;8]$.
2. Étudier les variations de la fonction $C_M$ sur $]0;8]$.
3. En dessous de quel prix de vente unitaire, l'entreprise est-elle sûre de ne faire aucun bénéfice ?