Exercice 1 *exercice de cours*

Soient A, B, C trois points non alignés du plan.

1. Construire sur l'annexe le point D tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

   On construit D au compas tel que $ABDC$ est un parallélogramme.

2. Construire sur l'annexe le point E tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EC}$

   On construit E tel que E est l'image de D par la symétrie de centre C.

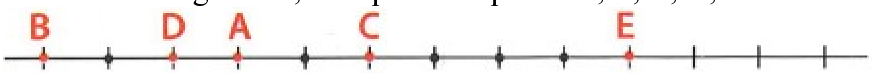
Exercice 2 *exercice de cours*

A, B, C, D, E sont des points du plan.

1. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DE}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD})+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}$
2. $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{ED}=(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE})+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{CD}$
3. $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA}=(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD})+(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

Exercice 3 *exercice fait en cours*

Sur une droite graduée, on a placé les points A, B, C, D, E .



Dans chaque cas, trouvez le réel k tel que $\vec{v}=k\vec{u}$

1. $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}=\overrightarrow{AE}$: $\vec{v}=-\frac{1}{2}\vec{u}$

2. $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$ et $\vec{u}=\overrightarrow{BE}$: $\vec{v}=-\frac{1}{9}\vec{u}$

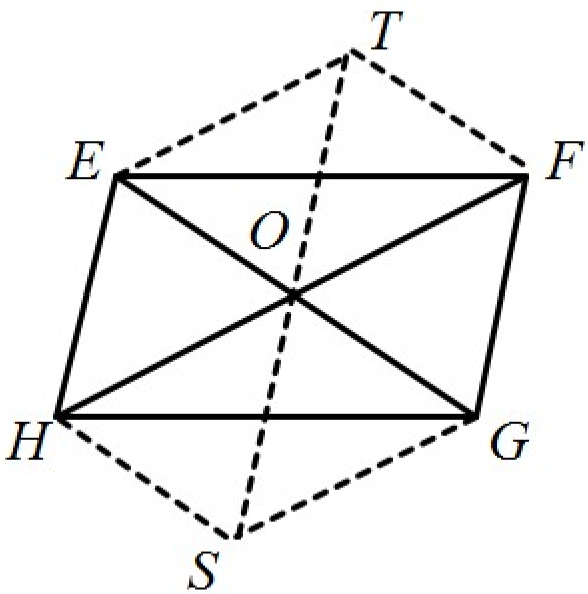
3. $\vec{v}=\overrightarrow{EC}$ et $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$: $\vec{v}=\frac{4}{3}\vec{u}$

4. $\vec{v}=\overrightarrow{CD}$ et $\vec{u}=\overrightarrow{DE}$: $\vec{v}=-\frac{3}{7}\vec{u}$

Exercice 4

EFGH est un parallélogramme de centre 0.

1. Faire une figure sur votre copie.
2. Construire les points S et T vérifiant les égalités suivantes :
   $\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{OH}$



3. Démontrer que $\overrightarrow{OT}+\overrightarrow{OS}=\vec{0}$.

$$\overrightarrow{OT}+\overrightarrow{OS}=(\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF})+(\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{OH})$$
$$=(\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OG})+(\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OH})=\vec{0}+\vec{0}=\vec{0}$$

Que peut-on en déduire ?

$\boxed{\overrightarrow{OT}+\overrightarrow{OS}=\vec{0} \iff \text{O est le milieu de [TS]}}$

Exercice 5

On considère un triangle ABC.

1. Placez les points M et N tels que $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

2. a. Justifiez que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$.

   D'après la relation de Chasles on a :

   $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM}$

   b. En déduire l'expression de $\overrightarrow{CM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

   Il s'agit d'exprimer $\overrightarrow{CM}$ dans la base ($\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$).

   D'après la question précédente on a :
   $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$$\boxed{\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}$$

   c. Exprimer $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   Il s'agit d'exprimer $\overrightarrow{CN}$ dans la base ($\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$).
   D'après la relation de Chasles, on a :
   $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$$\boxed{\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}$$

   d. Les points C, M, N sont-ils alignés ?
   C, M, N sont alignés $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ sont colinéaires
   $\Leftrightarrow$ il existe un réel k tel que $\overrightarrow{CM} = k \times \overrightarrow{CN}$ sont colinéaires

   Or d'une part : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ d'autre part : $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

   Donc $\overrightarrow{CM} = -2 \times \overrightarrow{CN}$: il en résulte que C, M, N sont alignés.

3. Soit D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
   Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$?

   D'après la règle du parallélogramme : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow$ $ABDC$ est un parallélogramme.

4. Soit I le milieu du segment $[BC]$.
   Placer le point G défini par $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

Dans la question suivante, toute trace de recherche ou d'initiative sera valorisée.

5. Les points G, I, D sont-ils alignés ?

2 méthodes …

On sait que *ABDC* est un parallélogramme de centre *I*.
Donc *A*, *I*, *D* sont alignés.

De plus, $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$

Donc *A*, *G*, *I* sont alignés.

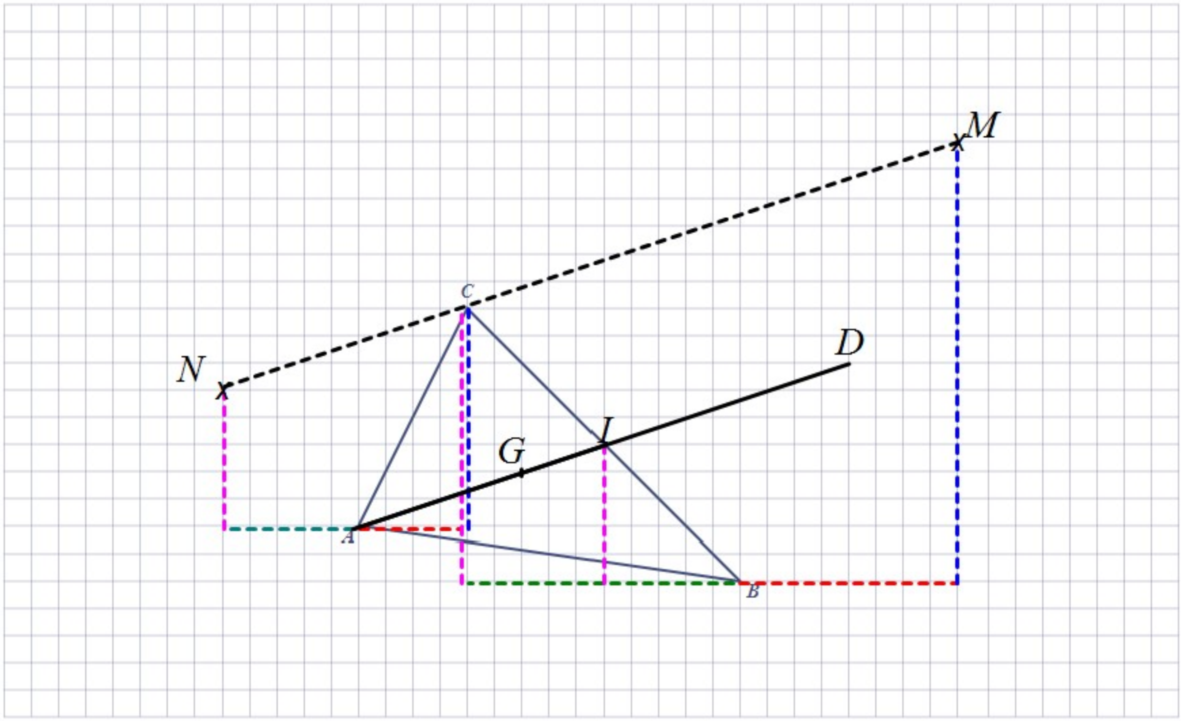
Il en résulte que *A*, *G*, *I*, *D* sont alignés.

Deuxième méthode : *G*, *I* , *D* sont alignés $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{GI}$ et $\overrightarrow{ID}$ sont colinéaires
$\Leftrightarrow$ il existe un réel *k* tel que $\overrightarrow{GI} = k \times \overrightarrow{ID}$ sont colinéaires

Dans le parallélogramme *ABDC* de centre *I* on a :

D'une part $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{AI}$ D'autre part : $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ID} =$

Donc $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ID}$ et les points *G*, *I*, *D* sont alignés.



Annexe