Contrôle continu - correction

EXERCICE 1 SUR UN AIR DE DEJA VU.

1. $f(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-2x=0$

$\Leftrightarrow x(3x-2)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $3x-2=0$ d'après la règle du produit nul.

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=\dfrac{2}{3}$

Les antécédents de 0 par f sont 0 et $\dfrac{2}{3}$

2.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	56	33	16	5	0	1	8	21

3. Sur $[-4\ ;\ 0]$ les valeurs et leurs images sont rangées dans le sens contraire ; on peut donc conjecturer que la fonction est décroissante sur cet intervalle.
Sur $[0\ ;\ 3]$ les valeurs et leurs images sont rangées dans le même ordre ; on peut donc conjecturer que la fonction est croissante sur cet intervalle.
La fonction n'est donc pas monotone sur $[-4\ ;\ 3]$

4. $f(0{,}6) = 3\times(0{,}6)^2-2\times0{,}6$

$= 3\times0{,}36-1{,}2$

$\boxed{f(0{,}6) = -0{,}12}$

On vient de calculer une image inférieure à toutes les images présentées par le tableau. Cela prouve donc que le tableau ne fournit pas le minimum, et que celui-ci est inférieur ou égal à $-0{,}12$.

5a. $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = 3\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2-2\times\dfrac{1}{3}$

$= 3\times\left(\dfrac{1}{9}\right)-\dfrac{2}{3}$

$= \dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{3}=-\dfrac{1}{3}$

Pour tout $x \in [-4\ ;\ 3]$ on :

D'une part

$f(x)-f\left(\dfrac{1}{3}\right)= 3x^2-2x+\dfrac{1}{3}$

D'autre part

$3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2 = 3\left(x^2-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{9}\right)$

$= 3x^2-2x+\dfrac{1}{3}$

Donc, $\boxed{\text{pour tout } x \in [-4\ ;\ 3],\ f(x)-f\left(\dfrac{1}{3}\right)=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2}$

5b. Pour tout $x \in [-4\ ;\ 3]$, $3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2 \geq 0$

Il en résulte que pour tout $x \in [-4\ ;\ 3]$,

$f(x)-f\left(\dfrac{1}{3}\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow f(x) \geq f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ ce qui prouve que f admet un minimum m sur $[-4\ ;\ 3]$.

Le minimum est atteint en $\dfrac{1}{3}$ et vaut $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = -\dfrac{1}{3}$

EXERCICE 2

A. Connaissance du cours

1. Enoncer ***la relation de Chasles***.

Pour tous points A,B, M du plan on a : $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$

2. Par quelle propriété définit-on l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$?

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$ si et seulement si $ABFE$ est un parallélogramme

3. Enoncer ***la règle du parallélogramme***.

Pour tous points A, B, C du plan :
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ avec D tel que $ABDC$ est un parallélogramme

B. Application du cours

1. $\vec{p}$ est un vecteur opposé à $\overrightarrow{CD}$
$\vec{m}$ est un vecteur de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$
$\vec{t}$ est un vecteur de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire
$\vec{v}$ est un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$

2. Ecrire le plus simplement possible les sommes suivantes :

a. $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BA}$

b. $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$

c. $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$

d. $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BD}=\vec{0}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}$

3. à 5. Voir cours.