Exercice 1

1. $f(x) = (x-2)^2 - 9x^2$

$= [(x-2)-3x][(x-2)+3x]$

$= (-2x-2)(4x-2)$

$= (2)(-x-1)(2)(2x-1)$

$= 4(-x-1)(2x-1)$

La forme factorisée de $f(x)$ est :

$$\boxed{f(x) = 4(-x-1)(2x-1)}$$

2. $f(x) = (x-2)^2 - 9x^2$

$= (x^2-4x+4) - 9x^2$

$= -8x^2 - 4x + 4$

La forme développée de $f(x)$ est :

$$\boxed{f(x) = -8x^2-4x+4}$$

3. $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 - 9\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 9\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{25}{4} - \frac{9}{4}$

$= \frac{16}{4}$

$= 4$

4. $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point A de coordonnées $(0; f(0))$
D'après la forme développée, on a $f(0) = 4$ donc on a $A(0;4)$
Si $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse x alors x est solution de l'équation $f(x) = 0$.

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow 4(-x-1)(2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (-x-1)(2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow -x-1=0$ ou $2x-1=0$ d'après la règle du produit nul

$\Leftrightarrow x=-1$ ou $x=\frac{1}{2}$

$$\boxed{\mathscr{C}_f \text{ coupe l'axe des abscisses en } B(-1;0) \text{ et } C\left(\frac{1}{2};0\right)}$$

5. $f(x) = 4$

$\Leftrightarrow -8x^2-4x+4 = 4$

$\Leftrightarrow -8x^2-4x = 0$

$\Leftrightarrow -4x(2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow -4x=0$ ou $2x+1=0$ d'après la règle du produit nul

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\frac{1}{2}$

$$\boxed{\text{Les points de } \mathscr{C}_f \text{ ayant pour ordonnées 4 sont } A(0;4) \text{ et } D\left(-\frac{1}{2};4\right)}$$

6. Dressons le tableau de signes de $f(x)$
$f(x) = 4(-x-1)(2x-1)$ or 4 >0 donc $f(x)$ est du signe de $(-x-1)(2x-1)$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-x-1$		$+$	0	$-$		$-$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$-x-1 \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq -1$

$2x-1 \geq 0$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$

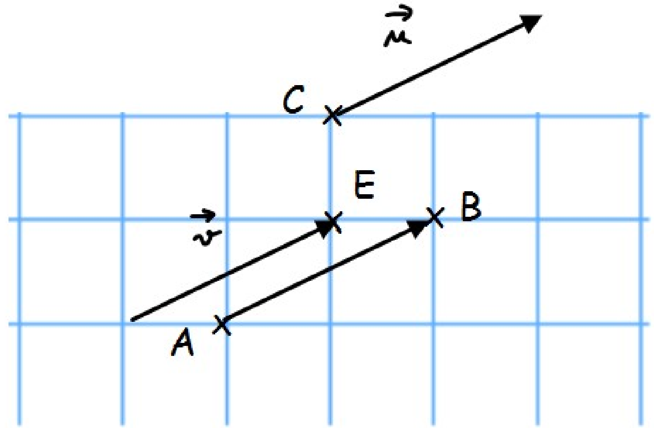
$$\boxed{f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-1;\frac{1}{2}\right]}$$

Exercice 2

1. Un vecteur est caractérisé par
   - sa direction
   - son sens
   - sa norme

2. La translation qui déplace A en B est caractérisée par le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3.



4. Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont
   - la même direction
   - le même sens
   - la même norme