

## Correction du devoir maison

On suppose dans cet exercice, que le prix de la location d'une voiture pour le week-end est de 90€, que la consommation moyenne d'un véhicule est de 8 litres de carburant pour 100 km parcourus et que le prix d'un litre de carburant est de 1,50€.

1. Pierre loue un véhicule pendant le week-end et parcourt 120 km pendant le week-end.  
Quel est le prix de revient moyen par kilomètre parcouru?
2. Soit  $x > 0$  le nombre de kilomètres parcourus par un client qui loue une voiture pendant le week-end.
  - a) Exprimer en fonction de  $x$ , le montant  $f(x)$  du prix de revient moyen par kilomètre parcouru.
  - b) Préciser les variations de la fonction  $f$ .
3. Un client ayant loué une voiture pendant le week-end a calculé que le prix de revient moyen par kilomètre parcouru a été de 0,52€.
  - a) Quelle distance ce client a-t-il parcouru pendant le week-end?
  - b) Quel est le montant du coût total de la location pendant le week-end?

1. Calculons le montant total pour ces 120 km parcourus.  
Il s'agit d'une situation de proportionnalité :

Distance (km)	100	120
Carburant (l)	8	$c$

Par produit en croix,  $c = \frac{8 \times 120}{100} = 9,6$  litres.

Le prix du carburant par litre étant de 1,50 €, alors 9,6 litres coûtent  $9,6 \times 1,5 = 14,4$  €  
 Rajoutons le prix de la location de voiture :  $14,4 + 90 = 104,40$  €  
 Le prix de cette location est donc de 104,40 euros, pour 120 km parcourus.  
 Le prix de revient moyen par kilomètre parcouru est donc :  $104,4 : 120 = 0,87$  €.

2. Généralisons :

a) 

Distance (km)	100	$x$
Carburant (l)	8	$c$

 Par produit en croix,  $c = \frac{8x}{100} = 0,08x$  litres.

Le prix du carburant par litre étant de 1,50 €, alors  $0,08x$  litres coûtent  $0,08x \times 1,5 = 0,12x$  €  
 Rajoutons le prix de la location de voiture :  $0,12x + 90$   
 Le prix de cette location est donc de  $0,12x + 90$  euros, pour  $x$  km parcourus.  
 Le prix de revient moyen par kilomètre parcouru est donc :

$$f(x) = \frac{0,12x + 90}{x} = 0,12 + \frac{90}{x}$$

- b) soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $0 < a < b$ . Comparons  $f(a)$  et  $f(b)$ .

Méthode : il faut construire un algorithme de calcul mental permettant de calculer  $f(x)$ .

1. Choisir un réel  $x$ .
2. Calculer son inverse
3. Multiplier le résultat par 90.
4. Ajouter 0,12.

$$\begin{aligned} 0 < a < b \\ \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0 \\ \Leftrightarrow \frac{90}{a} > \frac{90}{b} > 0 \\ \Leftrightarrow 0,12 + \frac{90}{a} > 0,12 + \frac{90}{b} > 0,12 \\ \Leftrightarrow f(a) > f(b) > 0,12 \end{aligned}$$

$f$  change l'ordre sur  $]0; +\infty[$  donc  $f$  est strictement décroissante sur  $]0; +\infty[$ .

3. La situation est telle que  $f(x) = 0,52$ .

a)  $f(x) = 0,52$

$$\Leftrightarrow \frac{0,12x + 90}{x} = 0,52$$

$$\Leftrightarrow 0,12x + 90 = 0,52x$$

$$\Leftrightarrow 90 = 0,52x - 0,12x$$

$$\Leftrightarrow 90 = 0,4x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{90}{0,4}$$

$$\Leftrightarrow x = 225$$

La personne obtenant un prix de revient de 0,52€ par kilomètre parcouru a donc parcouru 225 km durant le week-end.

- b) Le prix total pour une distance parcourue  $x$  et un prix par kilomètre  $f(x)$  est  $xf(x)$ .  
 $225 \times 0,52 = 117$  €.

La location durant ce week-end a coûté 117 €.