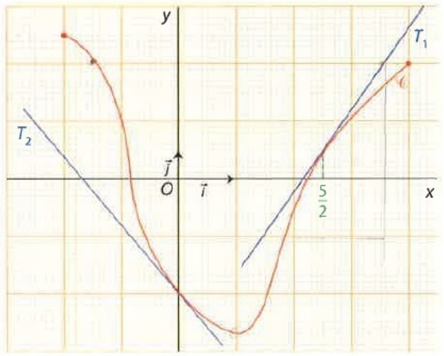
NOM : correction Interrogation écrite chapitre 6 (3)

Exercice 1

La courbe $\mathscr{C}$, tracée ci-dessous, est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$, dans le plan rapporté à un repère orthogonal.



- Les droites T_1 et T_2 sont respectivement les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses $\frac{5}{2}$ et 0.
- Au point d'abscisse 1, $\mathscr{C}$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

1. À l'aide du graphique, déterminer :

a) $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(-1)$ et $f(4)$;

b) l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse -1 ;

c) l'abscisse du point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 5 ;

d) l'image de 0 par f ;

e) les antécédents de 4 par f.

2. Déterminer $f'(1)$.

3. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{5}{2}$.

En déduire la valeur de $f'\left(\frac{5}{2}\right)$.

4. La droite T_2, tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0, passe par le point $A\left(-\frac{5}{4}\,;-1\right)$.

Déterminer, par le calcul, l'équation réduite de T_2.

En déduire $f'(0)$.

1) Par lecture graphique, on a :

a) $f\left(-\frac{3}{2}\right)=4$ (attention aux unités !) ; $f(-1)=2$; $f(4)=4$

b) $f(-1)=2$ c) $f(x)=5 \Leftrightarrow x=-2$ d) $f(0)=-4$ e) $f(x)=4 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$ ou $x=4$

2) La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses donc $f'(1)=0$.

3) $f'\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{3}{1}=3$

4) T_2 passe par les points $A\left(-\frac{5}{4};-1\right)$ et $P(0;-4)$ donc elle admet une équation de la forme

$$y=mx+p \text{ avec } m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_A-y_P}{x_A-x_P}=\frac{-1-(-4)}{-\frac{5}{4}-0}=\frac{3}{-\frac{5}{4}}=3\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{12}{5}$$

et $p=y_p=-4$ T_2 : $y=-\frac{12}{5}x-4$

On en déduit que $f'(0)=-\frac{12}{5}$

Exercice 2 Pour chaque expression de $f(x)$, donner l'expression de $f'(x)$

1) $f(x)=0{,}5x^2+2x-1$ $f'(x)=0{,}5\times 2x+2=x+2$

2) $f(x)=2x^2-4x+1$ $f'(x)=2\times 2x-4=4x-4$

3) $f(x)=-2x^2-4$ $f'(x)=-2\times 2x=-4x$

4) $f(x)=-2x^3-0{,}5x^2+x+2$ $f'(x)=-2\times 3x^2-0{,}5\times 2x+1=-6x^2-x+1$

5) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$ $f'(x)=\frac{1}{3}\times 3x^2-\frac{1}{4}\times 2x-\frac{1}{2}=x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$