

5 Statistiques



1 Tableaux..... 94

Comment établir un tableau de fréquences relatives?

Comment établir un tableau d'effectifs correspondant à un tableau de fréquences relatives?

2 Moyenne et écart type 96

Comment déterminer, à la calculatrice, la moyenne et l'écart type d'une série?

3 Médiane et écart interquartile.... 98

Comment représenter une série par un diagramme en boîte ?

1 Tableaux

Activité Des tableaux pour percevoir et analyser des données

1. Une enquête pour étudier simultanément deux caractères statistiques, l'âge et la pratique sportive, dans une population de 1 250 personnes, a donné les résultats portés dans le tableau « croisé » d'effectifs suivant, sans les totaux.

Âge	Pratique sportive			Totaux
	Aucune	Moyenne	Élevée	
21 à 40 ans	276	342	132	
41 à 60 ans	263	202	35	
Totaux				

a) Reproduire le tableau et compléter la ligne et la colonne « Totaux ».
b) Comparer les effectifs des personnes n'ayant aucune pratique sportive, d'âges de 21 à 40 ans et d'âges de 41 à 60 ans.

2. En utilisant les résultats de l'enquête précédente, on veut comparer, selon leur pratique sportive, la sous-population P_1 des personnes d'âges de 21 à 40 ans et celle, P_2 , des personnes d'âges de 41 à 60 ans.

Pour cela, on établit le tableau de fréquences « relatives » suivant.

Populations	Pratique sportive			Totaux
	Aucune	Moyenne	Élevée	
P_1	0,368			1
P_2			0,070	1

a) Reproduire et compléter le tableau.
b) Est-il vrai qu'il y a relativement plus de personnes dans cette population d'âges de 41 à 60 ans qui n'ont aucune pratique sportive que dans celle d'âges de 21 à 40 ans ? Confronter le résultat à celui de la question 1. b).

Cours

1 Tableaux croisés

Sur une même population, on considère deux caractères A et B ayant respectivement pour modalités A_1, A_2, \dots, A_n et B_1, B_2, \dots, B_n .

Un **tableau croisé** d'effectifs (« à double entrée ») est un moyen pratique pour présenter les effectifs en vue d'étudier simultanément les deux caractères sur cette population.

B	A			Totaux
	A_1	...	A_n	
B_1	Effectif de « A_1 et B_1 »	...	Effectif de « A_n et B_1 »	Effectif de B_1
...
B_p	Effectif de « A_1 et B_p »	...	Effectif de « A_n et B_p »	Effectif de B_p
Totaux	Effectif de A_1	...	Effectif de A_n	Effectif total

2 Tableaux de fréquences relatives

Sur deux populations P_1 et P_2 , on considère un même caractère A ayant pour modalités A_1, A_2, \dots, A_n .

Un **tableau de fréquences relatives** est un moyen pratique pour comparer les populations P_1 et P_2 selon le caractère A .

Populations	A			Totaux
	A_1	...	A_n	
P_1	Fréquence de A_1 dans P_1	...	Fréquence de A_n dans P_1	1
P_2	Fréquence de A_1 dans P_2	...	Fréquence de A_n dans P_2	1

BON À SAVOIR

À partir d'un tableau croisé d'effectifs, on peut établir un tableau croisé de fréquences, en remplaçant l'effectif de chaque case par son quotient par l'effectif total (le total général est alors égal à 1).

BON À SAVOIR

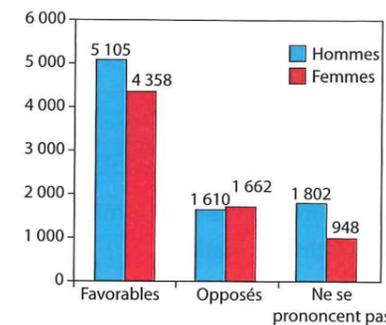
Un tableau de fréquences relatives peut aussi être présenté en colonnes.

Exercice résolu 1 Comment établir un tableau de fréquences relatives ?

8 517 hommes et 6 968 femmes d'une petite agglomération ont été consultés sur l'aménagement d'un réseau de pistes cyclables.

1. Établir un tableau de fréquences relatives, arrondies à 10^{-3} près, permettant de comparer les deux populations « Hommes » et « Femmes » selon les réponses.

2. Est-il vrai qu'il y a relativement plus d'avis favorables parmi les femmes que parmi les hommes consultés ?



SOLUTION

1. Tableau de fréquences relatives.

Populations	Réponses			Totaux
	Favorables	Défavorables	Ne se prononcent pas	
Hommes	0,599	0,189	0,212	1
Femmes	0,625	0,239	0,136	1

2. Oui, car 62,5 % des femmes et 59,9 % des hommes sont favorables au projet.

Exercice résolu 2 Comment établir un tableau d'effectifs correspondant à un tableau de fréquences relatives ?

Dans une agglomération voisine de celle de l'Exercice résolu 1 ci-dessus, 2 425 hommes et 2 850 femmes ont été consultés sur la même question (réseau de pistes cyclables). Ce tableau de fréquences relatives (arrondies à 10^{-3} près) a été obtenu :

Populations	Réponses			Totaux
	Favorables	Défavorables	Ne se prononcent pas	
Hommes	0,654	0,195	0,151	1
Femmes	0,607	0,287	0,106	1

Établir un tableau d'effectifs correspondant à ce tableau de fréquences.

SOLUTION

On porte les deux totaux 2 425 et 2 850 dans la dernière colonne.

On complète par les autres effectifs ; par exemple, le nombre de femmes favorables à cet aménagement est égal à $2\ 850 \times 0,607 = 1\ 729,95 \approx 1\ 730$.

Populations	Réponses			Totaux
	Favorables	Défavorables	Ne se prononcent pas	
Hommes	1 586	473	366	2 425
Femmes	1 730	818	302	2 850

Applications

Application 1 (VOIR EXERCICE RÉSOLU 1)

Dans une entreprise, la population Pa des salariés à temps partiel est constituée de 26 administratifs (A), 24 techniciens (T) et 7 cadres (C), et celle, Pl , des salariés à temps plein de 39 administratifs, 168 techniciens et 21 cadres.

Établir un tableau de fréquences relatives correspondant à ces deux populations, pour les trois modalités A, T et C.

Application 2 (VOIR EXERCICE RÉSOLU 2)

En reprenant les notations de l'Application 1, on a obtenu dans une autre entreprise, pour des effectifs de populations Pa et Pl de 44 et 188, le tableau de fréquences relatives (arrondies à 10^{-3} près) suivant.

	A	T	C	Totaux
Pa	0,409	0,523	0,068	1
Pl	0,271	0,633	0,096	1

Établir un tableau d'effectifs lui correspondant.

→ VOIR EXERCICES 2 À 6, PP. 102 ET 103

2 Moyenne et écart type

Activité Profil de l'élève

Voici le relevé des notes d'un élève de seconde, au cours du premier trimestre, dans différentes matières.

Français	11	12	11	10	09
Mathématiques	16	08	10	06,5	13,5
LV1	15	15	15	05	05
Histoire-géographie	11	11,5	11	10	11

1. Position des notes

a) Sans calcul, peut-on dire dans quelle matière l'élève a la meilleure moyenne ?

b) Calculer la moyenne de l'élève dans chaque matière.

2. Dispersion des notes

a) Sur la calculatrice, en mode statistique, entrer les 4 séries de notes dans 4 listes différentes.

Lire l'écart type de l'élève dans chaque matière (noté σx ou $x\sigma n$ suivant la marque de la calculatrice) ; vérifier la moyenne (notée \bar{x}). (Voir rabats de couverture.)

b) Pour chaque matière, observer dans le tableau l'ampleur de la dispersion des notes. Laquelle correspond à l'écart type le plus petit ? le plus grand ? »

Cours

On étudie une série statistique à caractère quantitatif ; on a regroupé les valeurs identiques : la valeur x_i a pour effectif n_i .

On note N l'effectif total : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$.

Valeurs	x_1	x_2	...	x_p
Effectifs	n_1	n_2	...	n_p

1 Position

La **moyenne** (arithmétique) de la série, notée \bar{x} , est une caractéristique de

$$\text{position: } \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$$

C'est une moyenne pondérée : l'effectif n_i donne son « poids » à la valeur x_i . Si les valeurs de la série sont regroupées par classes, on prend pour valeurs x_i les centres des classes.

2 Dispersion

L'**écart type**, noté σ , est une caractéristique de **dispersion**.

L'écart type est un nombre positif ou nul.

On l'obtient à la calculatrice ou avec un tableur.

3 Résumé d'une série statistique par la moyenne et l'écart type

On peut résumer une série statistique par le couple constitué de la **moyenne** (caractéristique qui marque la position des valeurs de la série) et de l'**écart type** (caractéristique qui marque la dispersion de ces valeurs).

BON À SAVOIR

Le signe Σ se lit « somme ».

Exercice résolu 3 Comment déterminer, à la calculatrice, la moyenne et l'écart type d'une série ?

L'entraîneur de deux joueurs de tennis A et B a relevé la vitesse de leurs premiers services au cours d'un match les opposant.

Vitesse en km/h	Nombre de services	
	joueur A	joueur B
[132 ; 140[4	3
[140 ; 148[7	4
[148 ; 156[13	21
[156 ; 164[24	25
[164 ; 172[53	47
[172 ; 180[30	28
[180 ; 188[9	4
[188 ; 196[5	1

1. Calculer la moyenne et l'écart type de ces vitesses :

a) pour le joueur A ;

b) pour le joueur B.

2. Comparer les moyennes, puis les écarts types obtenus.

SOLUTION

1. On entre les valeurs des centres des classes dans une liste de la calculatrice en mode statistique, puis les effectifs correspondants dans deux autres listes.

a) $\bar{x} \approx 166,7$ et $\sigma \approx 11,7$.

b) $\bar{x} \approx 164,9$ et $\sigma \approx 10,4$.

2. La vitesse moyenne des services du joueur A est supérieure à celle des services du joueur B.

L'écart type des vitesses des services du joueur A est supérieur à celui des vitesses des services du joueur B.

x_i	joueur A, n_i	joueur B, n_i
136	4	3
144	7	4
152	13	21
160	24	25
168	53	47
176	30	28
184	9	4
192	5	1

MÉTHODE 3

Pour déterminer, à la calculatrice, la moyenne et l'écart type d'une série :

1. On entre les valeurs x_i dans la liste 1, puis les effectifs n_i correspondants dans la liste 2 (lorsque les valeurs sont regroupées en classes $[a_i; b_i[$, on prend pour x_i les centres

des classes : $x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$).

sur Casio 35+ :

[MENU] STAT [EXE]

Sur TI-82 Stats.fr :

[stats] EDIT

1:Edite ... [entree]

2. On entre les instructions successives permettant d'obtenir l'écran comportant la moyenne \bar{x} et l'écart type $x\sigma n$ ou σx .

sur Casio 35+ :

CALC SET

1VAR Xlist:List1

1VAR Freq:List2

Sur TI 82 Stats.fr

[stats] CALC

1:Stats 1-Var L1 [] L2

Pour déterminer, sur tableur, la moyenne et l'écart type, voir Méthode 5, p. 103.

Application

Application (VOIR EXERCICE RÉSOLU 3)

Les prix (en euros) et les nombres de repas servis un jour dans un restaurant sont portés dans le tableau ci-contre.

1. Calculer la moyenne et l'écart type des prix des repas :

a) de midi ;

b) du soir.

2. Comparer les moyennes, puis les écarts types obtenus.

Prix	Nombre	
	Midi	Soir
[5 ; 15[10	2
[15 ; 25[33	11
[25 ; 35[7	19
[35 ; 45[0	8

→ VOIR EXERCICES 7 ET 8, 11 À 13, PP. 103 ET 104

Ce que je dois savoir

1 Tableaux

• Un **tableau croisé d'effectifs** est un moyen de présenter des effectifs en vue d'étudier simultanément sur une population deux caractères A et B, dont les modalités sont A_1, A_2, \dots, A_n et B_1, B_2, \dots, B_p .

B \ A	A_1	...	A_n	Totaux
B_1	Effectif de « A_1 et B_1 »	...	Effectif de « A_n et B_1 »	Effectif de B_1
...
B_p	Effectif de « A_1 et B_p »	...	Effectif de « A_n et B_p »	Effectif de B_p
Totaux	Effectif de A_1	...	Effectif de A_n	Effectif total

• Un **tableau de fréquences relatives** est un moyen de comparer des populations P_1 et P_2 selon un même caractère A, dont les modalités sont A_1, A_2, \dots, A_n .

Populations \ A	A_1	...	A_n	Totaux
P_1	Fréquence de A_1 dans P_1	...	Fréquence de A_n dans P_1	1
P_2	Fréquence de A_1 dans P_2	...	Fréquence de A_n dans P_2	1

2 Résumé d'une série statistique à caractère quantitatif par la moyenne et l'écart type

On considère une série statistique à N valeurs x_1, x_2, \dots, x_p , d'effectifs correspondants n_1, n_2, \dots, n_p .

- La **moyenne**, $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$, est une caractéristique de **position** des valeurs de la série.
- L'**écart type** σ , obtenu à l'aide de la calculatrice ou du tableur, est une caractéristique de **dispersion** des valeurs de la série.
- Le couple (moyenne \bar{x} ; écart type σ) est un résumé de la série.

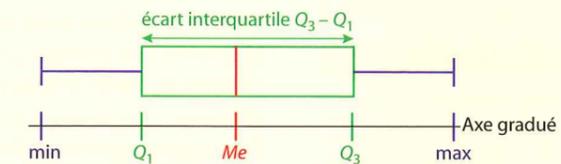
3 Résumé d'une série statistique à caractère quantitatif par la médiane et l'écart interquartile

Pour une série dont la liste des valeurs observées est triée dans l'ordre croissant, chacune figurant le nombre de fois correspondant à son effectif :

- la **médiane** Me est un nombre découpant la liste en deux listes ayant sensiblement le même effectif; c'est une caractéristique de **position** des valeurs de la série;

- les **quartiles** $Q_1, Q_2 = Me$ et Q_3 sont trois valeurs découpant la liste en quatre listes ayant sensiblement le même effectif; l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ est une caractéristique de dispersion des valeurs de la série;
- le couple (médiane Me ; écart interquartile $Q_3 - Q_1$) est un résumé de la série.

Diagramme en boîte :



Ce que je dois savoir faire

SAVOIR-FAIRE	MÉTHODE	EXERCICES
• Établir et utiliser un tableau d'effectifs ou de fréquences relatives	1 page 95 2 page 95	2 à 6
• Déterminer et utiliser la moyenne et l'écart type d'une série à l'aide de la calculatrice ou du tableur	3 page 97 5 page 103	7 à 14
• Déterminer et utiliser la médiane et les 1 ^{er} et 3 ^e quartiles d'une série « à la main » et à la calculatrice ou sur tableur	4 page 99 6 page 104	15 à 21
• Réaliser ou lire un diagramme en boîte	4 page 99	15 à 17, 22 à 24
• Étudier une série ou comparer deux séries à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice		29 (AG5), 31, 34, 43, 44, 45, 46
• Interpréter un résultat ou analyser un graphique		28 (AG4), 31, 34, 35, 39, 42, 45, 46

EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Tableaux; graphiques

1 Une enquête sur les moyens de transport utilisés par les habitants d'une ville a donné les résultats suivants (en pourcentage de la population).

	A	B	C	D	E	F
1	Voiture	Marche à pied	Transports en commun	Vélo	Deux roues motorisés	Autre
2	84%	45%	24%	14%	5%	2%

1. Réaliser sur tableur un diagramme en barres pour représenter ces résultats. Pour cela :

- sélectionner la plage de cellules A1:F2;
- cliquer sur l'onglet Insertion, puis sur le bouton « Colonne » du groupe Graphiques et choisir la première vignette dans Histogramme 2D;
- cliquer sur le bouton Dispositions rapides du graphique, choisir la première vignette puis entrer le titre.

2. Pourquoi un diagramme en secteurs circulaires n'est-il pas adapté pour illustrer ces résultats ?

2 Les résultats d'une enquête réalisée dans une population de 4 500 personnes sur leur groupe sanguin sont présentés dans le tableau d'effectifs suivant.

Groupe Rhésus	A	B	AB	O	Totaux
+	1 623	292	112	1 620	3 647
-	357	68	23	405	853
Totaux	1 980	360	135	2 025	4 500

1. À partir de ce tableau, établir un tableau de fréquences relatives (arrondies à 0,001 près), en reproduisant et complétant le tableau suivant.

Groupe Populations	A	B	AB	O	Totaux
Rhésus +					
Rhésus -					

2. Dans la population « Rhésus + », y a-t-il relativement plus de personnes que dans la population « Rhésus - » à être de groupe A ? de groupe O ?

CONSEIL

Voir exercice résolu 1 page 95

3 Une agence organise des voyages, de deux genres (aventure, détente) et quatre destinations (Europe, Afrique, Amérique, Asie). Les 540 clients du dernier mois de juillet sont répartis selon le tableau d'effectifs suivant.

	A	B	C	D	E	F
1	Destination	Europe	Afrique	Amérique	Asie	Totaux
2	Genre					
3	Clients Aventure	28	81	42	49	
4	Clients détente	95	97	78	70	
5	Totaux					

1. a) Dans une feuille de calcul de tableur, entrer les titres et les valeurs, comme ci-dessus.

b) Donner une formule à entrer dans la cellule F3 et à recopier en cellule F4 pour remplir la colonne « Totaux ».

c) Donner une formule à entrer dans la cellule B5 et à recopier jusqu'à la cellule F5 pour remplir la ligne « Totaux ».

d) Donner les nombres de clients :

- pour les voyages « Aventure » en Asie;
- pour une destination vers l'Europe;
- pour le genre « Détente ».

2. a) À partir du tableau réalisé à la question 1. a), entrer les titres et les valeurs du tableau de fréquences relatives suivant dans les cellules A7 à F10.

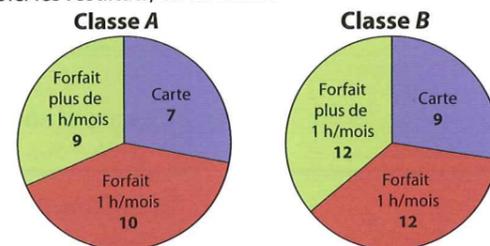
	A	B	C	D	E	F
7	Destination	Europe	Afrique	Amérique	Asie	Totaux
8	Populations					
9	Clients Aventure					
10	Clients Détente					

b) Entrer la formule $=B3/\$F3$ dans la cellule B9 et la recopier jusqu'à la cellule F9 (arrondir à 0,001 près).

c) En reprenant la démarche de la question 2. b), compléter la dernière ligne du tableau.

d) Dans laquelle de ces deux populations y a-t-il relativement le plus de destinations pour l'Amérique ?

4 Noémie a enquêté, dans les deux classes de 1^{re} STMG de son lycée, auprès des élèves possédant un téléphone portable, à propos de leur type de contrat. Voici les résultats, en effectifs :



1. Peut-on voir sur les graphiques précédents quelle est la classe dans laquelle il y a relativement le plus de forfaits de 1 heure par mois et celle dans laquelle il y a relativement le plus de cartes ?

2. Établir un tableau de fréquences relatives (arrondies à 10^{-4} près) pour obtenir les réponses à la question précédente.

5 Un voyageur a répertorié dans deux de ses agences, A et B, les destinations de ses clients vers l'étranger hors Europe au cours du mois d'août dernier (285 clients pour l'agence A et 178 pour l'agence B).

Les résultats sont présentés dans le tableau de fréquences relatives (arrondies à 10^{-3} près) suivant.

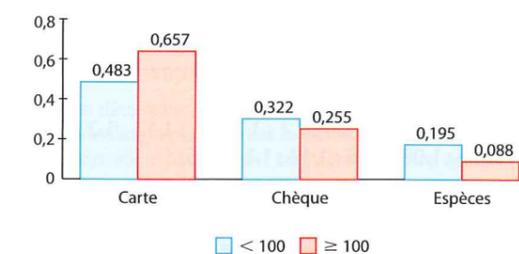
Destination Clients	Amérique	Afrique	Asie	Totaux
de l'agence A	0,572	0,298	0,130	1
de l'agence B	0,472	0,320	0,208	1

Établir un tableau d'effectifs correspondant à ce tableau de fréquences relatives.

CONSEIL

Voir exercice résolu 2 page 95.

6 Un relevé d'une journée de caisse d'un magasin a fourni les données suivantes (fréquences arrondies à 10^{-3} près), permettant de comparer les modes de paiement utilisés pour deux catégories de montants des achats : < 100 euros (118 clients) et ≥ 100 euros (102 clients).



1. Indiquer la catégorie de montants pour laquelle ce jour-là le paiement par chèque a été relativement le plus utilisé.

2. a) Établir un tableau de fréquences relatives correspondant aux données du graphique.

b) Établir un tableau d'effectifs correspondant à ce tableau de fréquences relatives.

Moyenne et écart type

Pour les exercices 7 et 8, calculer la moyenne \bar{x} et l'écart type σ de chacune des séries proposées.

7

Valeurs x_i	Série a	2	4	5	7	8	9
	Série b	4	8	10	14	16	18
Effectif n_i		4	2	2	2	1	1

CONSEIL

Voir exercice résolu 3 page 97.

8

Valeurs x_i	20	40	50	70	80	90	
Effectif n_i	Série c	4	2	2	2	1	1
	Série d	14	12	12	12	11	11

9 Exercice résolu 5 Sur le site internet d'une enseigne de vente, on a relevé les prix (en euros) de 43 casques intra-auriculaires.

Prix, x_i	8	10	13	15	18	20	21	25
Effectif, n_i	2	2	3	15	4	15	1	1

Déterminer, sur tableur, la moyenne et l'écart type de la série statistique obtenue.

Arrondir les résultats à 0,01 près.

MÉTHODE 5

Pour déterminer, sur tableur, la moyenne \bar{x} et l'écart type σ d'une série statistique :

- On ouvre une feuille de calcul et, sur la 1^{re} ligne, on entre les valeurs x_i dans les colonnes successives. Dans chaque colonne, on utilise la poignée de remplissage pour répéter la valeur le nombre de fois égal à son effectif. (Lorsque les valeurs sont regroupées en classes $[a_i; b_i[$, on prend pour x_i les centres des classes : $x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$.)
- On entre dans une cellule la formule $=MOYENNE(...)$ et on sélectionne la plage des valeurs pour obtenir \bar{x} .
- On entre dans une deuxième cellule la formule $=ECARTYPEP(...)$ et on sélectionne la plage des valeurs pour obtenir σ .

SOLUTION

On entre les différents prix x_i dans les colonnes A à H (en utilisant la poignée de remplissage pour ceux dont les effectifs sont plus grands que 1).

Avec $=MOYENNE(A1:H15)$ (par exemple dans la cellule I4, après avoir entré la formule et sélectionné la plage A1:H15), on obtient $\bar{x} \approx 16,70$.

Avec $=ECARTYPEP(A1:H15)$ (par exemple dans la cellule I5, après avoir entré la formule et sélectionné la plage A1:H15), on obtient $\sigma \approx 3,68$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	8	10	13	15	18	20	21	25	
2	8	10	13	15	18	20			
3			13	15	18	20			
4			15	18	20				16,70
5			15	18	20				3,68
6			15	18	20				
7			15	18	20				
8			15	18	20				
9			15	18	20				
10			15	18	20				
11			15	18	20				
12			15	18	20				
13			15	18	20				
14			15	18	20				
15			15	18	20				

10 Les prix (en euros) d'une location mensuelle de studios proposés dans une agence sont les suivants :

Prix, x_i	200	250	300	350	400
Nombre de studios proposés, n_i	1	3	6	3	1

Déterminer, sur tableur, la moyenne et l'écart type de cette série statistique.

11 C Deux amis s'entraînent au lancer de poids. Voici les résultats, en mètres, de leurs treize premiers essais.

Cliff	9,90	10,20	10,52	10,35	10,45	10,75	10,66
Omar	9,97	10,40	10,71	10,75	10,54	10,63	10,97

Cliff	10,20	10,52	10,35	10,45	10,75	10,38
Omar	10,40	10,71	10,75	10,54	10,63	10,81

- Déterminer la performance moyenne de chacun. Lequel a la moyenne la plus grande ?
- Déterminer l'écart type pour chacun des deux amis. Lequel a la dispersion des lancers la plus grande ?

CONSEIL

Voir exercice résolu 5, page 103.

12 Dans une agence de Pôle Emploi, la répartition des demandeurs d'emploi inscrits au cours du mois dernier est la suivante.

Âge	Nombre de demandeurs
[15 ; 25[162
[25 ; 35[116
[35 ; 45[54
[45 ; 55[91
[55 ; 65[28

Calculer la moyenne et l'écart type de cette série.

CONSEIL

Prendre pour valeurs x_i les centres des classes.

13 Le bilan des points marqués à chaque match par une équipe de basket durant une saison est donné dans le tableau suivant.

Points marqués	Nombre de matchs
[45 ; 55[1
[55 ; 65[3
[65 ; 75[12
[75 ; 85[7
[85 ; 95[6
[95 ; 105[1

Calculer la moyenne et l'écart type de la série.

14 Julien est animateur dans un centre aéré tous les mercredis. En début d'année, des groupes d'enfants sont constitués et pris en charge par les différents animateurs. Le directeur sait que Julien préfère s'occuper d'enfants d'âges voisins de 6 ans. Il lui propose de choisir entre deux groupes et lui soumet les informations suivantes.

	Groupe 1	Groupe 2
Moyenne	6 ans	7 ans
Écart type	5 ans	1 an

Quel groupe Julien va-t-il choisir ?

Médiane, quartiles et diagrammes en boîte

Pour les exercices 15 à 17, déterminer la médiane et les 1^{er} et 3^e quartiles de la série statistique proposée, puis réaliser le diagramme en boîte correspondant.

15

85	90	98	101	103
85	91	99	101	104
86	94	100	102	104
87	95	100	102	104
88	95	101	103	105

CONSEIL

Voir exercice résolu 4 page 99.

16 0 ; - 1 ; 2 ; - 1 ; 1 ; - 2 ; 0 ; 5 ; 2 ; 0 ; 3 ; - 2 ; - 3 ; - 4 ; 4 ; 3 ; - 1 ; 3.

CONSEIL

Trier d'abord les valeurs dans l'ordre croissant.

17 C 0,98 ; 1,12 ; 1,04 ; 1,1 ; 1,22 ; 1 ; 1,12 ; 1,2 ; 0,98 ; 1,06 ; 0,96 ; 1,08 ; 1,16 ; 1,14 ; 1,1 ; 1,06.

18 Exercice résolu 6 Reprise de la situation de l'exercice résolu 5 page 103. Sur le site internet d'une enseigne de vente, on a relevé les prix (en euros) de 43 casques intra-auriculaires.

Prix, x_i	8	10	13	15	18	20	21	25
Effectif, n_i	2	2	3	15	4	15	1	1

Déterminer, sur tableur, la médiane et les 1^{er} et 3^e quartiles de la série statistique obtenue.

MÉTHODE 6

Pour déterminer, sur tableur, la médiane Me et les 1^{er} et 3^e quartiles Q_1 et Q_3 d'une série statistique :

- On ouvre une feuille de calcul et on entre les valeurs x_i dans les colonnes successives. Dans chaque colonne, on utilise la poignée de remplissage pour répéter la valeur le nombre de fois égal à son effectif.
- On entre dans une cellule la formule $=MEDIANE(...)$ et on sélectionne la plage des valeurs pour obtenir Me .
- On entre dans une deuxième cellule la formule $=QUARTILE(...;1)$, on sélectionne la plage des valeurs et on entre 1 dans le cadre « Quart » de la fenêtre qui s'ouvre pour obtenir Q_1 , puis on répète cela dans une troisième cellule, en entrant 3 au lieu de 1, pour obtenir Q_3 .

SOLUTION

On entre les différents prix x_i dans les colonnes A à H (en utilisant la poignée de remplissage pour ceux dont les effectifs sont plus grands que 1).

Avec $=MEDIANE(A1:H15)$ (par exemple dans la cellule I6, après avoir entré la formule et sélectionné la plage A1:H15), on obtient $Me = 15$.

Avec $=QUARTILE(A1:H15;1)$ (par exemple dans la cellule I7, après avoir entré la formule, sélectionné la plage A1:H15 et entré 1), on obtient $Q_1 = 15$.

Avec $=QUARTILE(A1:H15;3)$ (par exemple dans la cellule I8, après avoir entré la formule, sélectionné la plage A1:H15 et entré 3), on obtient $Q_3 = 20$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	8	10	13	15	18	20	21	25	
2	8	10	13	15	18	20			
3			13	15	18	20			
4				15	18	20			
5				15	20				
6				15	20			15	
7				15	20			15	
8				15	20			20	
9				15	20				
10				15	20				
11				15	20				
12				15	20				
13				15	20				
14				15	20				
15				15	20				

LE SAVIEZ-VOUS ?

- Pour déterminer, à la calculatrice, la médiane et les 1^{er} et 3^e quartiles, la méthode est la même que pour déterminer la moyenne et l'écart type : sur l'écran figurent, ensemble, ces quatre caractéristiques de la série.
- Les méthodes programmées dans les calculatrices et dans les tableurs pour déterminer les quartiles d'une série statistique sont différentes de la méthode 4 page 99. Il peut donc arriver que des résultats obtenus avec cette méthode 4 et avec une calculatrice ou un tableur soient un peu différents (les uns ou les autres sont valables, en indiquant la méthode utilisée). Voir Activité guidée 1 page 107.

19 Reprendre la série de l'exercice 15 suivante pour déterminer les quartiles en utilisant la calculatrice ou le tableur.

85	90	98	101	103
85	91	99	101	104
86	94	100	102	104
87	95	100	102	104
88	95	101	103	105

20 Reprendre la série de l'exercice 16 suivante pour déterminer les quartiles en utilisant la calculatrice ou le tableur.
0 ; - 1 ; 2 ; - 1 ; 1 ; - 2 ; 0 ; 5 ; 2 ; 0 ; 3 ; - 2 ; - 3 ; - 4 ; 4 ; 3 ; - 1 ; 3.

21 Reprendre la série de l'exercice 17 suivante pour déterminer les quartiles en utilisant la calculatrice ou le tableur.
0,98 ; 1,12 ; 1,04 ; 1,1 ; 1,22 ; 1 ; 1,12 ; 1,2 ; 0,98 ; 1,06 ; 0,96 ; 1,08 ; 1,16 ; 1,14 ; 1,1 ; 1,06.

22 En utilisant un seul axe gradué, illustrer les trois séries statistiques a, b et c par leurs diagrammes en boîte.

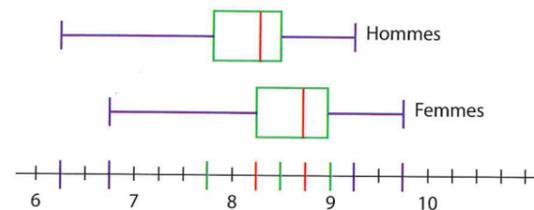
Série	Effectif total	Min	Q ₁	Me	Q ₃	Max
a	28	1	4	5	6	7
b	28	1	2	4	6	7
c	28	1	3	3,5	4	7

23 Une étude réalisée auprès de pharmaciens et d'opticiens-lunetiers, portant sur l'évolution de leur revenu d'activité annuel brut (en euros), a permis d'établir les informations suivantes.

	Pharmacie	Optique-lunetterie
Minimum	80 000	40 000
1 ^{er} quartile	95 000	60 000
Médiane	113 000	70 000
3 ^e quartile	185 000	72 000
Maximum	200 000	75 000

- Pour chaque type de commerce, déterminer l'écart interquartile.
- En utilisant un même axe, réaliser les deux diagrammes en boîte correspondants.

24 Les résultats d'une enquête portant sur la durée quotidienne de sommeil, en heures, réalisée auprès d'hommes et de femmes âgés de 20 ans sont représentés par les diagrammes en boîte suivants.



- Lire, pour chaque sexe, la médiane, les 1^{er} et 3^e quartiles, les valeurs minimale et maximale.
 - En déduire l'intervalle interquartile.
- a) Pour chaque sexe, interpréter avec une phrase chacune des caractéristiques précédentes.
 - b) Comparer les deux populations en utilisant ces caractéristiques.

Je fais le point

SAVEZ-VOUS établir un tableau de fréquences relatives et un tableau d'effectifs ?

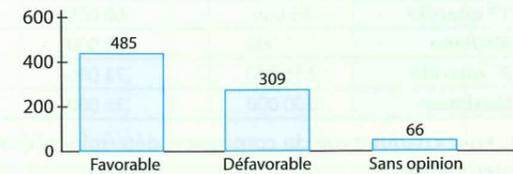
ÉNONCÉ 1

Deux sondages ont été effectués pour mesurer la cote de popularité d'une personnalité X.

Le premier, effectué auprès de 915 personnes, a donné les résultats portés en deuxième ligne du tableau de fréquences relatives suivant (fréquences arrondies à 10^{-3} près).

Opinion	Fav.	Défav.	Sans op.	Totaux
du 1 ^{er} sondage	0,341	0,578	0,081	1
du 2 ^e sondage				

Le deuxième, effectué un mois plus tard auprès de 860 personnes, a donné les résultats suivants, en effectifs.



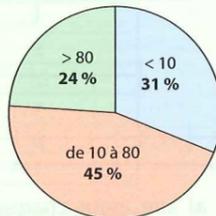
1. Reproduire et compléter le tableau précédent par les fréquences relatives à la population du deuxième sondage.

2. Établir un tableau d'effectifs correspondant au tableau de fréquences relatives obtenu.

→ voir solution page 189

ÉNONCÉ 2

Un commerçant a répertorié en trois classes les montants (en euros) des achats effectués hier par ses 187 clients du jour. Les résultats sont portés ci-contre (en fréquences arrondies à l'unité).



Avant-hier, il avait obtenu les résultats portés en 2^e ligne du tableau suivant (en effectifs).

Classe	< 10	De 10 à 80	> 80	Totaux
Clients d'avant-hier	49	73	48	170
d'hier				

1. Reproduire et compléter le tableau précédent par les effectifs pour la journée d'hier.

2. Établir un tableau de fréquences relatives (arrondies à 1 % près) correspondant au tableau précédent.

→ voir exercices résolus 1 et 2 page 95

SAVEZ-VOUS déterminer, à la calculatrice ou sur tableur, la moyenne et l'écart type d'une série ?

ÉNONCÉ 1

On a regroupé en classes les performances des 20 premiers concurrents à l'arrivée d'un marathon régional.

Temps de course en minutes	Nombre de coureurs
[130 ; 150[5
[150 ; 170[6
[170 ; 190[4
[190 ; 210[2
[210 ; 230[3

1. Établir le tableau des centres des classes associés aux effectifs correspondants.

2. Déterminer la moyenne et l'écart type de la série à la calculatrice ou sur tableur. → voir solution page 189

ÉNONCÉ 2

Le recensement du nombre d'enfants par foyer dans un village a donné les résultats suivants.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	70	85	98	74	27	4	0	1

Déterminer, à la calculatrice ou sur tableur, la moyenne et l'écart type correspondants.

→ voir exercices résolus 3 page 97 et 5 page 103

SAVEZ-VOUS déterminer la médiane et les 1^{er} et 3^e quartiles et représenter une série par un diagramme en boîte ?

ÉNONCÉ 1

Nombre de bons de commandes enregistrés chaque jour ouvrable dans une entreprise pendant un mois :

Nombre de bons de commandes	12	15	17	18	19	20
Nombre de jours dans le mois	1	4	6	5	3	3

1. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants

2. Déterminer la médiane et les 1^{er} et 3^e quartiles.

3. Représenter la série par un diagramme en boîte.

→ voir solution page 190

ÉNONCÉ 2

Dans le fichier client d'une entreprise de vente par correspondance, on a noté le nombre de commandes effectuées par chaque client pendant les six derniers mois. Sur 160 dossiers, les résultats sont les suivants :

Nombre de commandes	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de clients	22	53	42	20	12	9	2

Représenter cette série par un diagramme en boîte.

→ voir exercice résolu 4 page 99

ACTIVITÉS GUIDÉES

25 **AG1** Comparaison de quartiles obtenus par trois modes de calcul différents (Voir aussi AG6)

Le tableau suivant donne la hauteur, en mm, des précipitations de pluie sur une ville lors des onze premiers jours d'un mois de mars d'une année passée.

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Hauteur, x_i	4	0	1	4	7	19	0	0	1	7	5

On veut constater des différences entre les valeurs des 1^{er} et 3^e quartiles de la série des hauteurs x_i , obtenues avec trois modes de calcul : « à la main », à la calculatrice, sur tableur.

1. Déterminer les 1^{er} et 3^e quartiles de la série des hauteurs x_i .

a) « à la main », en suivant la méthode 4 page 99;

b) à la calculatrice (voir rabats de couverture);

c) sur tableur, en suivant la méthode 6 page 104.

2. Comparer les résultats obtenus.

26 **AG2** Détermination graphique des quartiles d'une série à valeurs regroupées en classes

Le tableau suivant donne le récapitulatif des distances parcourues chaque jour pendant 30 jours par un livreur de fleurs.

Distances en km	Nombre de jours
[0 ; 10[1
[10 ; 20[1
[20 ; 30[3
[30 ; 40[2
[40 ; 50[4
[50 ; 60[5
[60 ; 70[8
[70 ; 80[3
[80 ; 90[3

1. a) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.

b) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants. Pour cela, dans un système d'axes :

– placer successivement les points de coordonnées (0 ; 0), où l'abscisse 0 correspond à la valeur minimum de la 1^{re} classe,

(10 ; 1), où 10 est la valeur minimum de la 2^e classe et 1 l'effectif de la 1^{re} classe,

(20 ; 2), où 20 est la valeur minimum de la 3^e classe et 2 l'effectif cumulé des deux 1^{res} classes,

...,

(80 ; 27), où 80 est la valeur minimum de la dernière classe et 27 l'effectif cumulé de la 1^{re} à l'avant-dernière classe,

(90 ; 30), où 90 est la valeur maximum de la dernière classe et 30 l'effectif total ;

– relier ces points successifs par des segments.

2. a) Déterminer graphiquement la médiane Me et les 1^{er} et 3^e quartiles Q_1 et Q_3 . Pour cela :

– tracer la droite d'équation $y = \frac{30}{2}$, c'est-à-dire $y = 15$,

puis lire Me , qui est l'abscisse du point d'intersection de cette droite et du polygone des effectifs cumulés croissants tracé à la question 1. b) ;

– tracer les droites d'équations $y = \frac{30}{4}$ et $y = 3 \times \frac{30}{4}$,

c'est-à-dire $y = 7,5$ et $y = 22,5$, puis lire Q_1 et Q_3 , qui sont les abscisses des points d'intersection de ces droites et du polygone des effectifs cumulés croissants.

Marquer Me , Q_1 et Q_3 sur l'axe des abscisses.

b) Réaliser le diagramme en boîte directement au-dessous de l'axe des abscisses, où sont marqués Me , Q_1 et Q_3 .

LE SAVIEZ-VOUS ?

« Lorsqu'une population est répartie en sous-populations, il peut arriver qu'une grandeur évolue dans un sens sur chaque sous-population et dans le sens contraire sur l'ensemble de la population. Ce paradoxe s'explique parce que les effectifs de certaines sous-populations augmentent alors que d'autres régressent : c'est l'effet de structure » (INSEE).

27 **AG3** Effet de structure

Le tableau suivant donne le salaire mensuel moyen, en euros, des hommes et des femmes d'une entreprise.

	A	B	C	D
1		Femmes	Hommes	
2	Salaire mensuel moyen	1 600	1 900	
3	Effectif	10	10	20
4				
5	Salaire mensuel moyen général	1 750		

A. Feuille de calcul

1. Dans une feuille de calcul de tableur, entrer les titres et les valeurs, comme ci-dessus.

2. Déterminer une formule à entrer dans la cellule D3 pour obtenir l'effectif total des employés de l'entreprise (utiliser le nom des cellules et non les valeurs).

3. Déterminer une formule à entrer dans la cellule B5 pour obtenir le salaire moyen général des employés de l'entreprise (utiliser le nom des cellules et non les valeurs).

B. Variation du nombre de salariés

On admet dans les questions suivantes que le salaire moyen des hommes et celui des femmes de l'entreprise restent constants.

1. a) Augmentation des effectifs des femmes et des hommes Déterminer le salaire moyen général des employés de l'entreprise en augmentant à l'identique l'effectif des femmes (cellule B3) et celui des hommes (cellule C3).

Effectuer plusieurs essais ; observer et noter comment varie le salaire moyen général.

Pouvait-on prévoir ces variations ?

b) Diminution des effectifs des femmes et des hommes Reprendre la question 1. a), en diminuant à l'identique l'effectif des femmes (cellule B3) et celui des hommes (cellule C3).

À partir de la conclusion apportée à la question 1. a), pouvait-on prévoir celle de la présente question, sans effectuer aucun essai ?

2. a) Augmentation de l'effectif des femmes

Déterminer le salaire moyen général des employés de l'entreprise en augmentant l'effectif des femmes (cellule B3), celui des hommes restant inchangé. Effectuer plusieurs essais ; observer et noter comment varie le salaire moyen général.

b) Augmentation de l'effectif des hommes

Reprendre la question 2. a), en augmentant l'effectif des hommes (cellule C3), celui des femmes restant inchangé. À partir de la conclusion apportée à la question 2. a), pouvait-on prévoir celle de la présente question, sans effectuer aucun essai ?

3. Dernières possibilités

Les deux cas de variations « Diminution de l'effectif des femmes » et « Diminution de l'effectif des hommes » n'ont pas été traités.

En reprenant la démarche de la question 2., apporter des conclusions à chacun de ces cas.

28 **AG4** Effet d'un regroupement en classes des valeurs d'une série statistique

Le tableau suivant donne une estimation du prix moyen des appartements, en €/m², pour 17 villes françaises au 2^e trimestre 2011.

Ville	Paris	Lille	Angers	Rennes	Cannes	Nantes
Prix, x _i	8 181	2 944	2 077	2 245	5 336	2 602

Ville	Caen	Dijon	Bordeaux	Saint-Étienne	Lyon	Grenoble
Prix, x _i	2 816	2 138	2 721	1 354	3 108	2 462

Ville	Toulouse	Nice	Montpellier	Marseille	Vichy
Prix, x _i	2 638	4 096	2 768	2 673	1 404

A. Valeurs non regroupées

Calculer la moyenne et l'écart type de la série statistique (x_i).

CONSEIL

Voir méthodes 3 page 97 et 5 page 103.

B. Valeurs regroupées en classes

1. a) Recopier et compléter le tableau suivant comportant 5 classes de valeurs, d'amplitude 1 500.

Classe	Centre de la classe	Effectif
[1 000 ; 2 500[
[2 500 ; 4 000[
[4 000 ; 5 500[
[5 500 ; 7 000[
[7 000 ; 8 500[

b) Calculer la moyenne et l'écart type correspondant à cette série statistique.

CONSEIL

Voir méthodes 3 page 97 et 5 page 103.

2. a) Recopier et compléter le tableau suivant comportant 8 classes de valeurs, d'amplitude 1 000.

Classe	Centre de la classe	Effectif
[1 000 ; 2 000[
[2 000 ; 3 000[
[3 000 ; 4 000[
[4 000 ; 5 000[
[5 000 ; 6 000[
[6 000 ; 7 000[
[7 000 ; 8 000[
[8 000 ; 9 000[

b) Calculer la moyenne et l'écart type correspondant à cette série statistique.

C. Comparaison des résultats

1. Comparer les trois moyennes et les trois écarts types obtenus.

2. Indiquer des effets de regroupements en classes.

29 **AG5** Comparaison d'un même caractère sur deux populations

Une enquête est réalisée auprès de 70 personnes mariées. Les données présentées dans l'ordre croissant ci-après donnent l'âge à leur premier mariage des femmes et des hommes de ce groupe.

Femmes									
18	19	20	22	23	24	24	24	25	25
25	25	25	25	25	25	26	26	27	27
27	28	28	28	28	29	29	29	30	31
32	33	36	38	39					

Hommes									
23	25	27	28	29	29	29	29	30	30
30	30	30	30	30	30	30	31	31	31
31	31	31	31	31	31	31	32	33	34
36	38	39	41	46					

1. Ouvrir une feuille de calcul de tableur et entrer les titres comme dans le modèle suivant, puis les âges des femmes dans les cellules B2 à B36 et ceux des hommes dans les cellules C2 à C36.

	A	B	C	D
1		Femmes	Hommes	Ensemble
2				
37		Moyenne		
38		Écart type		
39		Q ₁		
40		Me		
41		Q ₃		

2. Déterminer la moyenne, l'écart type, le 1^{er} quartile, la médiane et le 3^e quartile :

– pour la série des femmes dans les cellules B37 à B41 (voir méthodes 5 page 103 et 6 page 104) ;

– pour la série des hommes dans les cellules C37 à C41, en faisant glisser les formules des cellules B37 à B41 vers la colonne C ;

– pour la série entière dans les cellules D37 à D41, en utilisant dans les formules la plage B2:C36.

PROBLÈMES

31 * Dans deux entreprises E₁ et E₂ de même taille, les salaires mensuels, exprimés en euros, sont répartis de la manière suivante.

Salaires E ₁	4 500	3 500	2 300	1 500	1 200
Effectifs	1	1	1	4	13

Salaires E ₂	3 000	2 600	2 200	1 600	1 400
Effectifs	1	1	1	4	13

1. En observant les valeurs des différents salaires, quelle entreprise vous semble avoir la masse salariale la plus importante ?

2. a) Calculer le salaire moyen dans chacune des deux entreprises.

b) Cela confirme-t-il votre réponse à la question 1. ?

c) Les moyennes vous semblent-elles suffisantes pour comparer les salaires des deux entreprises ?

3. a) Déterminer l'écart type de chacune des deux séries de salaires.

b) Comparer les deux écarts types. Quelle indication supplémentaire apportent-ils ?

32 * Sur un exercice de statistiques, Arthur, Basile, Camille et Diane ont trouvé des réponses différentes. Voici l'énoncé :

On donne la série du nombre d'enfants par famille dans une école maternelle

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de familles	32	23	14	10	7	4	1

En utilisant le mode statistique de la calculatrice, déterminer la moyenne et l'écart type de la série.

Voici les résultats de chacun (arrondis au dixième).

	Arthur	Basile	Camille	Diane
Moyenne	4	2,5	8,1	13
Écart type	2	1,5	7,5	10,2

1. Quel élève a trouvé les résultats les plus vraisemblables ? Vérifier avec la calculatrice.

2. Trouver l'erreur de chacun des trois autres.

33 * Soucieux du verglas, Jacques n'utilise son vélo que si la température extérieure est strictement positive. Chaque matin d'un mois de février, il a relevé sur son thermomètre la température et porté les résultats dans le tableau suivant.

Température en degrés Celsius	-12	-7	-6	-5	-4	-2	-1
Nombre de jours dans le mois	1	2	2	3	1	2	1

Température en degrés Celsius	0	1	2	3	5	6	7
Nombre de jours dans le mois	1	4	4	2	1	3	1

3. Pour chacune des trois séries, réaliser les diagrammes en boîte les uns au-dessous des autres, en prenant pour unité de l'axe 1 cm pour 2 ans.

30 **AG6** Utilisation sur tableur d'une méthode avec algorithme pour obtenir des quartiles
On veut constater des différences entre les valeurs obtenues, d'une part avec la méthode 4 page 99, d'autre part avec les fonctions du tableur.

1. a) Ouvrir une feuille de calcul de tableur et reproduire le tableau suivant.

	A	B	C	D
1			Calcul avec la méthode 4	Calcul avec les fonctions du tableur
2		Q ₁ =		
3		Q ₃ =		

b) Créer une liste de 30 valeurs d'une série statistique. Pour cela, déterminer un nombre entier aléatoire compris entre 0 et 40, en entrant la formule `=ENT(41*ALEA())` dans la cellule A1, puis tirer la poignée de remplissage jusqu'à la cellule A30.

2. L'algorithme suivant décrit le calcul, avec la méthode 4 de la page 99, de la valeur du 1^{er} quartile Q₁ d'une série statistique.

Début de l'algorithme

Entrée

Saisir la liste des valeurs de la série statistique ; saisir l'effectif total N de la série statistique.

Traitement

Calculer le nombre entier r₁ égal ou immédiatement supérieur à $\frac{N}{4}$;

Q₁ prend la valeur du r₁-ième des nombres de la série statistique, rangés en ordre croissant.

Sortie

Afficher Q₁.

Fin de l'algorithme

a) Modifier l'algorithme précédent pour décrire le calcul, avec la méthode 4 de la page 99, de la valeur du 3^e quartile Q₃ (utiliser la notation r₃ à la place de r₁).

b) Calculer r₁ et r₃.

c) Mettre en œuvre les algorithmes précédents sur tableur, en entrant dans les cellules C2 et C3 les formules `=PETITE.VALEUR(A1:A30;8)` et `=PETITE.VALEUR(A1:A30;23)`, pour obtenir les 1^{er} et 3^e quartiles de la série.

(La formule `=PETITE.VALEUR(plage de valeurs;k)` permet d'obtenir la k-ième des valeurs de la plage de valeurs, rangées en ordre croissant.)

3. Objectif : constater des différences entre les valeurs obtenues, d'une part à la question 2. c), d'autre part avec les fonctions du tableur (voir les méthodes 4 page 99 et 6 page 104, ainsi que l'AG1).

a) Obtenir les 1^{er} et 3^e quartiles de la série en utilisant les fonctions du tableur.

b) Générer de nouvelles séries statistiques (sur PC, taper F9, sur Mac, taper Cmd =). Constater qu'il existe souvent des différences entre les valeurs obtenues aux questions 2. c) et 3. a).

1. Pour cette série des températures :

- a) calculer la moyenne ;
b) déterminer la médiane.

2. a) La température moyenne de ce mois de février a-t-elle été strictement positive ?

b) Jacques a-t-il utilisé son vélo plus d'un jour sur deux ?

34 * Un professeur compare les notes obtenues à un test noté sur 10 par les deux groupes d'une classe :

Groupe 1	8	3	7	2	5	7	9	6	8	3	3	8	6	5
Groupe 2	6	7	3	5	6	6	8	4	7	8	6	7	5	6

1. a) Pour chaque groupe, déterminer la médiane, le premier et le troisième quartiles.

b) En utilisant un même axe, réaliser les deux diagrammes en boîte correspondants.

2. Utiliser ces diagrammes pour comparer les deux groupes :

- a) concernant la position des notes (utiliser la médiane) ;
b) concernant la dispersion des notes (utiliser l'écart interquartile).

35 *   Chaque jour, dans les centres de Sécurité Sociale, des assurés viennent actualiser leur dossier (situation familiale, ...).

Une enquête réalisée dans un de ces centres indique le nombre d'actualisations traitées chaque jour ouvrable au cours d'un mois passé : 25 ; 55 ; 35 ; 40 ; 85 ; 35 ; 55 ; 60 ; 40 ; 100 ; 50 ; 55 ; 15 ; 30 ; 45 ; 50 ; 55 ; 25 ; 35 ; 30 ; 20 ; 25.

1. Calculer le nombre moyen journalier d'actualisations traitées au cours de ce mois (arrondir au nombre entier le plus proche).

2. a) Déterminer la médiane et les premier et troisième quartiles de la série précédente.

b) Réaliser le diagramme en boîte correspondant.

3. On estime que l'organisation de ce centre est satisfaisante si pendant au moins la moitié des jours ouvrables, le nombre d'actualisations traitées quotidiennement est situé dans l'intervalle [30 ; 55].

L'organisation du centre est-elle satisfaisante ?

36 *   QCM

Pour chaque question, une seule des réponses proposées, obtenues avec la calculatrice, est exacte. Indiquer laquelle.

Une étude est réalisée par une association de consommateurs auprès des services d'assistance téléphonique (« hotline ») d'un fournisseur d'accès à Internet ; 50 appels ont été passés. L'objectif est d'étudier le temps d'attente avant d'avoir un télé-conseiller en ligne.

Le tableau suivant présente les résultats, exprimés en minutes et arrondis à l'unité.

Temps d'attente, x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre d'appels, n_i	2	1	2	7	8	9	8	7	4	2

1. La moyenne de cette série est :

- a) 5 ; b) 6 ; c) 7.

2. L'écart type de cette série, arrondi à 0,01 près, est :

- a) 2,1 ; b) 2,11 ; c) 2,12.

3. Le premier quartile de cette série est :

- a) 4,5 ; b) 5 ; c) 6.

4. La médiane de cette série est :

- a) 4,5 ; b) 5 ; c) 6.

5. Le troisième quartile de cette série est :

- a) 7 ; b) 7,75 ; c) 8.

37 **  Un commercial s'intéresse à l'âge de ses 149 clients. Les données prélevées dans son fichier sont présentées dans le tableau suivant.

Classe	Centre de la classe	Effectif	Effectif cumulé croissant
[10 ; 15[6	
[15 ; 20[10	
[20 ; 25[40	
[25 ; 30[46	
[30 ; 35[28	
[35 ; 45[12	
[45 ; 55[4	
[55 ; 70[3	

1. Recopier et compléter le tableau précédent.

2. a) Calculer l'âge moyen \bar{x} des clients (arrondir au nombre entier le plus proche).

b) Calculer l'écart type σ des âges des clients (arrondir au nombre entier le plus proche).

c) Le commercial estime que plus de 75 % des clients ont un âge appartenant à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$. Vérifier que l'intervalle [20 ; 35] est inclus dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ et en déduire si l'estimation du commercial est exacte.

3. a) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants.

b) En déduire graphiquement des valeurs approchées de la médiane, du premier et du troisième quartiles de la série.

c) Illustrer ces résultats par un diagramme en boîte.

CONSEIL

Voir AG2 page 107.

38 **   Un site de vente aux enchères sur Internet réalise une étude statistique de sa clientèle. Les responsables de l'étude utilisent un échantillon de 3 270 clients, parmi les plus réguliers du site.

La question posée concerne l'âge des clients.

Les résultats de l'étude sont donnés dans le tableau.

Âge, en années	Effectif
[15 ; 20[358
[20 ; 25[815
[25 ; 30[863
[30 ; 35[583
[35 ; 45[545
[45 ; 55[70
[55 ; 70[36

Durée en minutes	Nombre de trajets
[15 ; 20[10
[20 ; 25[17
[25 ; 30[24
[30 ; 35[7
[35 ; 40[4
[40 ; 45[2
[45 ; 50[1

1. En utilisant la calculatrice, calculer la moyenne \bar{x} et l'écart type σ de la série (arrondis à 10^{-1} près).

2. L'automobiliste considère qu'il doit prévoir pour son trajet la durée moyenne plus une marge de deux fois l'écart type : « ainsi, dit-il, je serai à l'heure au travail, au moins dans 95 % des cas. » Vérifier ses prévisions. (On arrondira à la minute la durée à prévoir pour son trajet.)

41 **  Un professeur constate que le sujet du dernier devoir donné à ses élèves était trop long pour une durée d'une heure. Il estime qu'un quart d'heure supplémentaire était nécessaire. Ne pouvant augmenter la durée du devoir, il souhaite augmenter proportionnellement les notes obtenues, données ci-dessous.

Notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Effectifs	2	1	4	4	3	4	3	6	2	1

Pour les écarts types, les résultats seront donnés au millième le plus proche.

1. Calculer la moyenne \bar{x}_1 et l'écart type σ_1 des notes.

2. a) Par quel nombre le professeur prévoit-il de multiplier chaque note ?

b) Reproduire un tableau semblable au précédent, présentant la série des notes ainsi augmentées.

c) Calculer la moyenne \bar{x}_2 et l'écart type σ_2 de cette série.

d) Calculer les coefficients multiplicateurs (arrondir au centième) de \bar{x}_1 à \bar{x}_2 et de σ_1 à σ_2 , puis les comparer à celui obtenu en 2. a).

3. Finalement, le professeur décide d'augmenter chaque note de 2,4 points.

a) Présenter les valeurs de cette nouvelle série de notes dans un tableau avec les effectifs correspondants.

b) Calculer la moyenne \bar{x}_3 et l'écart type σ_3 de cette série.

c) Calculer les coefficients multiplicateurs (arrondir au centième) de \bar{x}_1 à \bar{x}_3 et de σ_1 à σ_3 , puis les comparer à celui obtenu en 2. a).

42 **   Le tableau suivant indique la répartition, selon le prix, de 1 000 billets « séjour » vendus par une agence de voyage de mai à septembre.

Prix (en €), x_i	Nombre de billets, n_i
550	30
600	75
650	150
700	130
750	210
775	175
800	150
875	60
900	20

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, déterminer la moyenne \bar{x} et l'écart type σ de la série statistique. Arrondir les résultats à 0,01 près.

2. a) Déterminer l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$. Arrondir ses bornes à 0,1 près.

b) Calculer le nombre, puis le pourcentage, à 1 % près, des clients dont l'âge est dans l'intervalle [15 ; 45].

c) En déduire que le pourcentage des clients dont l'âge est dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ est supérieur à 95 %.

39 *** Dans tout le problème, les fréquences seront calculées en pourcentage à 0,1 % près.

1. Le tableau suivant donne les résultats de l'épreuve écrite d'un concours. Chacun des 1 440 candidats a choisi de traiter l'un des deux sujets.

	Admis à passer l'oral	Refusé	Total
Sujet 1	540	540	1 080
Sujet 2	135	225	360
Total	675	765	1 440

a) Calculer la fréquence des admis parmi les candidats ayant traité le sujet 1 et la fréquence des admis parmi les candidats ayant traité le sujet 2.

b) Quel sujet a produit le plus fort taux de réussite ?

2. Parmi les 1 440 candidats, 810 avaient suivi un stage de préparation au concours. Voici leurs résultats :

Ayant suivi le stage	Admis à passer l'oral	Refusé	Total
Sujet 1	450	270	720
Sujet 2	63	27	90
Total	513	297	810

Reprendre les questions 1. a) et b) pour ces 810 candidats.

3. a) En utilisant les deux tableaux d'effectifs précédents, établir un tableau semblable pour les candidats n'ayant pas suivi le stage de préparation.

b) Reprendre les questions 1. a) et b) pour ces 630 candidats.

4. a) Quelle apparente contradiction observe-t-on entre la réponse à la question 1. a) et les conclusions des questions 2. et 3. ?

b) Calculer la fréquence du choix du sujet 1, puis celle des admis, pour les candidats ayant suivi le stage. Faire de même pour les candidats n'ayant pas suivi le stage.

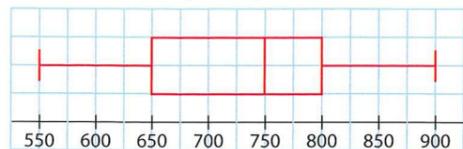
c) Interpréter ces résultats pour expliquer la contradiction observée à la question 4. a).

LE SAVIEZ-VOUS ?

Dans le problème précédent, on rencontre à nouveau un effet de structure. (Voir AG3 page 107.)

40 **  Un automobiliste est souvent confronté aux embouteillages de l'heure de pointe. Il a relevé la durée de son trajet habituel pour se rendre au travail pendant un trimestre.

1. a) À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, déterminer la médiane ainsi que les premier et troisième quartiles de la série.
- b) Calculer l'écart interquartile de cette série de prix.
- c) Le diagramme en boîte correspondant suivant comporte une erreur. Indiquer laquelle.



2. a) À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, déterminer la moyenne de la série des prix des billets, ainsi que son écart type.
- b) L'agence réalise un bénéfice sur chaque billet, qui s'élève à 12 % de son prix de vente. Quel est le bénéfice moyen réalisé sur un billet ?

- 43 ** Les tableaux suivants illustrent :
- la répartition par classes d'âge d'un échantillon de 1 000 personnes, représentatif de la population française en 2010 ;
 - une prévision de la répartition par classes d'âge d'un échantillon de 1 000 personnes, représentatif de la population française en 2025.
- De telles prévisions sont utiles pour planifier les investissements dans les domaines du logement, des maisons de retraite, des écoles, des hôpitaux, des transports, etc.

Âge \ Année	2010	2025
[0 ; 20[200	140
[20 ; 60[440	340
[60 ; 65[165	250
[65 ; 75[120	140
[75 ; 85[60	100
[85 ; 105[15	30

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer la moyenne et l'écart type pour chacune des séries (résultats arrondis à 0,1 près, en prenant comme valeurs les centres des classes).
2. On souhaite comparer les caractéristiques des années 2010 et 2025. Pour cela, on les a reportés dans le tableau suivant (résultats arrondis).

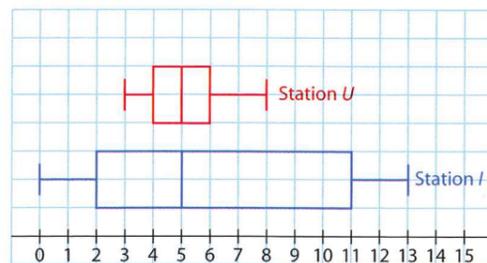
Caractéristique \ Année	Année				
	Moyenne	Écart type	Médiane	1 ^{er} quartile	3 ^e quartile
2010	44,5	22,2	47	25	63
2025	51,3	22,4	60	33	66

- a) Pour les séries de 2010 et de 2025, réaliser des diagrammes en boîte l'un au-dessus de l'autre, en prenant pour unité de l'axe 1 cm pour 10 ans.
- b) Indiquer pour chacune des affirmations suivantes, en justifiant la réponse, si elle est vraie ou si elle est fausse.
 - On prévoit qu'en 2025 une personne sur deux aura au moins 60 ans.
 - On prévoit qu'en 2025 une personne sur quatre aura au moins 66 ans.

- En 2010, une personne sur quatre a au moins 63 ans.
- La dispersion des âges par rapport à la moyenne est inférieure en 2010 à celle prévue en 2025.
- La dispersion des âges par rapport à la médiane est inférieure en 2010 à celle prévue en 2025.

- 44 ** Dans une région de France, la pollution atmosphérique est contrôlée quotidiennement, heure par heure, par un réseau de 21 stations de mesure. On considère la station U située en zone urbaine, la station I située en zone industrialisée et la station R située en zone rurale de montagne.

- A. On compare les mesures obtenues aux stations U et I pour le dioxyde de soufre, un des polluants mesurés. Les concentrations de ce polluant sont exprimées en millionième de gramme par mètre cube ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) d'air. Les diagrammes en boîtes suivants concernent les mesures horaires du polluant aux stations U et I, pour la journée du 16 août 2010.



1. Pour chacune des deux stations, indiquer la médiane, puis calculer l'écart interquartile et l'étendue (différence entre le maximum et le minimum) de la série de mesures.
2. Indiquer, par lecture graphique et en précisant les caractéristiques statistiques utilisées, pour quelle(s) station(s), ce jour-là :
 - a) la dispersion des mesures a été la plus grande ;
 - b) approximativement 50 % des mesures ont été inférieures ou égales à $5 \mu\text{g}/\text{m}^3$;
 - c) approximativement 75 % des mesures ont été inférieures ou égales à $6 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

- B. On s'intéresse maintenant à la station R. Le tableau suivant donne les relevés horaires, pour la même journée du 16 août 2010, en ce qui concerne le polluant ozone. Les concentrations sont exprimées $\mu\text{g}/\text{m}^3$ d'air.

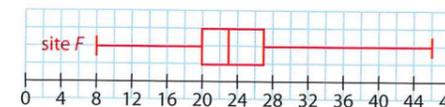
Heure	Concentration
1	78
2	79
3	77
4	59
5	57
6	65
7	65
8	67
9	68
10	67
11	59

2. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, compléter le tableau suivant.

Minimum
Q_1
Me
Q_3
Maximum
Écart interquartile

B. Étude sur le site F

Pour le site F, on résume les résultats avec un diagramme en boîte.



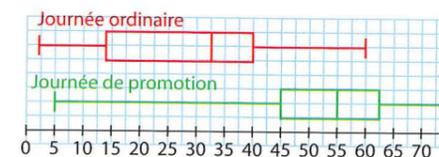
À l'aide du diagramme, recopier et compléter le tableau suivant.

Minimum
Q_1
Me
Q_3
Maximum
Écart interquartile

C. Comparaison des sites

1. En utilisant un même axe, représenter les diagrammes en boîte résumant les résultats obtenus pour les deux sites.
2. On sait aussi que l'éolienne choisie a un rendement optimal pour une vitesse de vent aux alentours de 23 nœuds. À partir des diagrammes, choisir le site qui paraît le plus intéressant pour l'implantation de cette éolienne.

- 46 ** Un magasin avait annoncé une journée de promotion par une distribution de prospectus sur lesquels était indiqué : « Grande journée de promotion ! Des prix, des affaires, l'occasion de dépenser moins ! ».
- Les diagrammes en boîte suivants représentent les montants en euros, arrondis à l'unité, des achats effectués par les clients la veille de la journée de promotion (journée ordinaire) et ceux effectués par les clients lors de la journée de promotion.

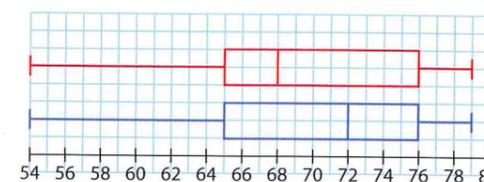


En comparant les deux diagrammes, peut-on conclure, comme l'affirme le message publicitaire, que les clients ont dépensé moins ?

Heure	Concentration
12	54
13	64
14	68
15	72
16	74
17	72
18	72
19	76
20	77
21	76
22	74
23	77
24	76

1. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, déterminer la valeur minimale, la valeur maximale, la médiane, le premier et le troisième quartiles.

2. Lequel des deux diagrammes suivants représente les résultats précédents ?



- 45 *** Les autorités d'une île ont décidé d'installer une éolienne. L'éolienne choisie ne fonctionne que pour un vent de 8 nœuds à 48 nœuds. Pour choisir l'implantation, entre le site M (montagne) et le site F (falaise), on mesure avec un anémomètre la vitesse du vent chaque jour sur chacun de ces sites, pendant un mois (30 jours).

A. Étude sur le site M

Pour le site M, on présente les résultats dans un tableau.

Vitesse du vent, en nœuds	Effectif, en jours
7	1
14	2
16	3
18	3
20	1
22	3
26	5
28	1
32	2
37	4
44	3
50	2

On peut y lire par exemple que la vitesse de 22 nœuds a été mesurée 3 jours.

1. a) Calculer le nombre jours du mois étudié où l'éolienne n'aurait pas fonctionné.
- b) À quelle proportion des 30 jours cela correspond-il ?

Énoncé

Les feuilles de calcul suivantes donnent l'espérance de vie à la naissance des hommes de pays d'Afrique et de pays d'Europe (données de l'OMS 2009). Les pays sont rangés dans l'ordre alphabétique.

	A	B
1	AFRIQUE	
2	Espérance de vie	Pays
3	54	Afrique du sud
4	71	Algérie
5	51	Angola
6	54	Bénin
7	59	Botswana
8	49	Burkina Faso
9	49	Burundi
10	51	Cameroun
11	66	Cap vert
12	58	Comores
13	53	Congo
14	49	Côte d'Ivoire
15	64	Erythrée
16	53	Ethiopie
17	60	Gabon
18	58	Gambie
19	57	Ghana
20	53	Guinée
21	47	Guinée-Bissau
22	53	Guinée équatoriale
23	58	Kenya
24	46	Lesotho
25	54	Libéria
26	63	Madagascar
27	50	Mali
28	69	Maurice
29	53	Namibie
30	57	Niger
31	53	Nigeria
32	48	Ouganda
33	49	République centrafricaine
34	47	République démocratique du Congo
35	53	République Unie de Tanzanie
36	66	Sao Tomé-et-Principe
37	60	Sénégal
38	69	Seychelles
39	48	Sierra Leone
40	47	Swaziland
41	47	Tchad
42	57	Togo
43	46	Zambie
44	47	Zimbabwe

	A	B
1	EUROPE	
2	Espérance de vie	Pays
3	72	Albanie
4	79	Andorre
5	78	Autriche
6	64	Bélarus
7	77	Belgique
8	73	Bosnie-Herzégovine
9	70	Bulgarie
10	78	Chypre
11	73	Croatie
12	77	Danemark
13	78	Espagne
14	70	Estonie
15	72	Ex-République yougoslave de Macédoine
16	62	Fédération de Russie
17	77	Finlande
18	78	France
19	67	Géorgie
20	78	Grèce
21	70	Hongrie
22	77	Irlande
23	80	Islande
24	79	Italie
25	67	Lettonie
26	68	Lituanie
27	78	Luxembourg
28	78	Malte
29	78	Monaco
30	79	Norvège
31	71	Pologne
32	76	Portugal
33	65	République de Moldova
34	74	République tchèque
35	70	Roumanie
36	78	Royaume-Uni
37	82	Saint-Marin
38	71	Serbie
39	71	Slovaquie
40	76	Slovénie
41	79	Suède
42	80	Suisse
43	62	Ukraine

1. Pour chacune des deux séries des espérances de vie de ces pays, d'une part d'Afrique, d'autre part d'Europe, on s'intéresse au résumé statistique constitué par le couple (médiane ; écart interquartile).

a) Pourrait-on facilement compléter le tableau suivant « à la main », à la seule lecture des feuilles de calcul précédentes ?

	Afrique	Europe
Âge minimal	$m_A =$	$m_E =$
Premier quartile	$Q_{1A} =$	$Q_{1E} =$
Médiane	$Me_A =$	$Me_E =$
Troisième quartile	$Q_{3A} =$	$Q_{3E} =$
Âge maximal	$M_A =$	$M_E =$

b) Quelle transformation faudrait-il réaliser sur les données de chaque feuille de calcul pour pouvoir le faire ?

En consultant le rabat de couverture droit sur le tableur, indiquer un bouton de la barre d'outils permettant de réaliser une telle transformation.

c) En consultant le rabat de couverture droit sur le tableur, indiquer une fonction permettant d'obtenir sans effectuer de transformation les médianes Me_A et Me_E , puis une fonction permettant d'obtenir les quartiles Q_{1A} , Q_{3A} , Q_{1E} , Q_{3E} .

d) Les résultats suivants ont été obtenus.

	Afrique	Europe
Âge minimal	$m_A = 46$	$m_E = 62$
Premier quartile	$Q_{1A} = 49$	$Q_{1E} = 70$
Médiane	$Me_A = 53$	$Me_E = 76$
Troisième quartile	$Q_{3A} = 58$	$Q_{3E} = 78$
Âge maximal	$M_A = 71$	$M_E = 82$

À partir de ces résultats, calculer l'écart interquartile de chacune des deux séries statistiques des espérances de vie.

Réaliser, l'un au-dessous de l'autre, des diagrammes en boîte correspondant à ces deux séries. Comparer les deux séries statistiques en utilisant la médiane et l'écart interquartile.

2. Pour chacune des deux séries des espérances de vie de ces pays, d'une part d'Afrique, d'autre part d'Europe, on s'intéresse au résumé statistique constitué par le couple (moyenne ; écart type).

a) Comment déterminer facilement les effectifs N_A et N_E de chacune des deux séries, à la seule lecture de la feuille de calcul précédente (assortie d'un simple calcul mental) ?

On imagine que l'on saisis ces effectifs, pour chaque feuille de calcul dans la cellule B46.

b) Quelle somme de données de la feuille de calcul concernée doit-on calculer pour déterminer la moyenne de la série des espérances de vie de ces pays d'Afrique en utilisant l'effectif N_A ? de ces pays d'Europe en utilisant l'effectif N_E ?

En consultant le rabat de couverture droit sur le tableur, indiquer un bouton de la barre d'outils permettant de calculer ces sommes, pour chaque feuille de calcul, dans la cellule B47.

À partir de cela, parmi les suivantes, quelle formule doit-on entrer, pour chaque feuille de calcul, dans la cellule B48 pour obtenir, d'une part la moyenne \bar{x}_A de la série des espérances de vie de ces pays d'Afrique, d'autre part la moyenne \bar{x}_E de la série des espérances de vie de ces pays d'Europe ?

(1) $=B47/B46$; (2) $=B47*B46$; (3) $=B46/B47$.

c) En consultant le rabat de couverture droit sur le tableur, indiquer une fonction permettant d'obtenir directement les moyennes \bar{x}_A et \bar{x}_E précédentes.

Toujours en consultant le rabat de couverture droit sur le tableur, indiquer une fonction permettant d'obtenir les écarts types σ_A et σ_E des deux séries des espérances de vie de ces pays d'Afrique et d'Europe.

d) Les résultats suivants ont été obtenus : $\bar{x}_A \approx 54,7$; $\bar{x}_E \approx 74$; $\sigma_A \approx 6,8$; $\sigma_E \approx 5,2$.

Comparer les deux séries statistiques en utilisant la moyenne et l'écart type.

Cette comparaison confirme-t-elle celle de la fin de la question 1. ?