

I PART EN POURCENTAGE

L'expression « une grandeur A représente $t\%$ de E » se traduit par l'égalité $A = \frac{t}{100} \times E$

EXEMPLE

La production totale d'électricité en France atteint 531,3 TWh (milliard de KWh) en 2016. La production d'électricité assurée par les centrales nucléaires est de 384 TWh.

La part en pourcentage de la production d'électricité d'origine nucléaire est :

$$\frac{384}{531,3} \approx 0,723$$

En 2016, la production d'origine nucléaire représente 72,3% de la production d'électricité totale.

II ÉVOLUTION EN POURCENTAGE

1 – COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

— Augmenter une grandeur de $t\%$ équivaut à multiplier sa valeur initiale par $1 + \frac{t}{100}$.

— Diminuer une grandeur de $t\%$ équivaut à multiplier sa valeur initiale par $1 - \frac{t}{100}$.

$\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ et $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$ sont appelés coefficients multiplicateurs.

* DÉMONSTRATION

— Soit y_1 la valeur initiale d'une grandeur et y_2 sa valeur finale suite à une augmentation de $t\%$.

$$y_2 = y_1 + \frac{t}{100} \times y_1 = y_1 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

— Soit y_1 la valeur initiale d'une grandeur et y_2 sa valeur finale suite à une diminution de $t\%$.

$$y_2 = y_1 - \frac{t}{100} \times y_1 = y_1 \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

EXEMPLES

— En 2016 avec près de 8,3 TWh produits, l'électricité produite par la filière solaire a augmenté de 11,5% par rapport à l'année précédente.

Soit S_1 la production d'électricité par la filière solaire en 2015 :

$$S_1 \times \left(1 + \frac{11,5}{100}\right) = 8,3 \iff S_1 = \frac{8,3}{1,115} \approx 7,4$$

En 2015, la production solaire s'élevait à environ 7,4 TWh.

— La filière éolienne a produit 20,7 TWh d'électricité au cours de l'année 2016, en recul de 1,8 % par rapport à l'année précédente.

Soit E_1 la production d'électricité par la filière éolienne en 2015 :

$$E_1 \times \left(1 - \frac{1,8}{100}\right) = 20,7 \iff E_1 = \frac{20,7}{0,982} \approx 21,1$$

La production éolienne en 2015 s'élevait à environ 21,1 TWh.

REMARQUES

- Un coefficient multiplicateur n'a pas d'unité.
- Si le coefficient multiplicateur est supérieur à 1, alors l'évolution est une augmentation.
- Si le coefficient multiplicateur est inférieur à 1, alors l'évolution est une diminution.
- Un pourcentage d'augmentation supérieur ou égal à 100% peut s'exprimer à l'aide d'un coefficient multiplicateur.

Par exemple si une population augmente de 150 %, le coefficient multiplicateur correspondant est :
 $1 + \frac{150}{100} = 2,5$. Augmenter de 150% revient donc à multiplier par 2,5.

2 – TAUX D'ÉVOLUTION

Soit y_1 ($y_1 \neq 0$) la valeur initiale d'une grandeur et y_2 sa valeur finale suite à une évolution.

Le taux d'évolution de cette grandeur est égal à : $\frac{y_2 - y_1}{y_1}$.

En pourcentage, le taux d'évolution se note $t\%$ avec $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \times 100$.

* DÉMONSTRATION

Soit $t\%$ le taux d'évolution positif ou négatif de y_1 à y_2 . Alors le coefficient multiplicateur est $c = \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ et on a :

$$\begin{aligned}y_2 &= y_1 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) \iff 1 + \frac{t}{100} = \frac{y_2}{y_1} \\ &\iff \frac{t}{100} = \frac{y_2}{y_1} - 1 = \frac{y_2 - y_1}{y_1}\end{aligned}$$

REMARQUES

- Si $t > 0$, il s'agit d'une augmentation.
- Si $t < 0$, il s'agit d'une diminution.
- La différence $y_2 - y_1$ est appelée variation absolue de la grandeur.
- Le quotient $\frac{y_2 - y_1}{y_1}$ est appelé variation relative de la grandeur.
- Le quotient $\frac{y_2}{y_1}$ est le coefficient multiplicateur correspondant au pourcentage d'évolution de $t\%$.

EXEMPLE

La production totale d'électricité en France était de 546,8 TWh en 2015 et de 531,3 TWh en 2016.

Le taux d'évolution de la production d'électricité est :

$$\frac{531,3 - 546,8}{546,8} \approx -0,028$$

En 2016, la production d'électricité en France a diminué de près de 2,8% par rapport à 2015.

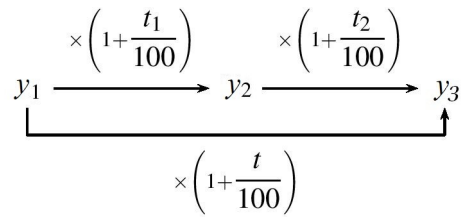
III ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES, ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

1 – TAUX D'ÉVOLUTION GLOBAL

Si une grandeur subit des évolutions successives (augmentation ou diminution), le coefficient multiplicateur global (correspondant au taux global d'évolution) est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

* DÉMONSTRATION

Soient y_1 la valeur initiale d'une grandeur, y_2 la valeur de cette grandeur après une évolution relative de $t_1\%$ et y_3 la valeur obtenue à partir de y_2 après une évolution relative de $t_2\%$. Ces évolutions se traduisent par :



Soit $y_2 = y_1 \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right)$ et $y_3 = y_2 \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$ d'où $y_3 = y_1 \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$

On obtient $1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$.

EXEMPLE

En 2014, la production d'électricité de la filière thermique gaz était de 14,3 TWh.

Entre 2014 et 2015, cette production a augmenté de 53,1% ; entre 2015 et 2016 elle a augmenté de 61,2%.

Le taux global d'évolution de la production d'électricité de la filière thermique gaz entre 2014 et 2016 vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{53,1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{61,2}{100}\right), \text{ soit } 1 + \frac{t}{100} \approx 2,468$$

Soit un taux d'évolution global d'environ 146,8%.

On en déduit la production en 2016 :

$$14,3 \times 2,468 \approx 35,3$$

En 2016, la production d'électricité de la filière thermique gaz était de 35,3 TWh.

2 – ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

L'évolution réciproque de la valeur y_1 à la valeur y_2 est l'évolution de la valeur y_2 à la valeur y_1 .

L'évolution réciproque d'une évolution de coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$ est une évolution de coefficient

multiplicateur inverse $\frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$

* DÉMONSTRATION

Soient y_1 la valeur initiale d'une grandeur, y_2 la valeur de cette grandeur après une évolution relative de $t\%$.

$$\text{On a } y_2 = y_1 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right), \text{ donc } y_1 = \frac{y_2}{1 + \frac{t}{100}} = y_2 \times \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}.$$

Par conséquent, le pourcentage d'évolution $t'\%$ de y_2 à y_1 est tel que $1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$.

EXEMPLE

Entre 2014 et 2015, la production d'électricité de la filière thermique fioul a augmenté de 15,2%.

Fin 2016 cette production est revenue à son niveau initial de 2014.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 15,2% est : $1 + \frac{15,2}{100} = 1,152$.

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'évolution réciproque est l'inverse de 1,152.

Le taux d'évolution réciproque vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1,152} \text{ soit } \frac{t'}{100} = \frac{1}{1,152} - 1 \approx -0,132$$

Entre 2015 et 2016, la production d'électricité de la filière thermique fioul a baissé d'environ 13,2%.