

Chapitre 12 : Exercices et méthodes.

EXERCICE 1 Proportionnalité

Dans une classe il y a 14 filles qui représentent 40 % de l'effectif total.
Quel est le nombre de garçons de la classe ?

Les filles représentent 40% de l'effectif ; les garçons représentent donc 60% de l'effectif.
On n'a pas besoin de calculer l'effectif de la classe.

	effectif	part (%)
filles	14	40
garçons	x	60

Soit x le nombre de garçons : $x = \frac{14 \times 60}{40} = 21$

La classe compte 14 filles et 21 garçons.

En calcul mental : 40% de l'effectif représentent 14 élèves
donc 20% de l'effectif représentent 7 élèves
Par somme, 60% de l'effectif représentent donc 21 élèves

EXERCICE 2

On a mélangé 5 litres de jus de fruit contenant 30% de sucre avec 3 litres de jus de fruits contenant 20% de sucre.

Quel est le pourcentage en sucre du mélange obtenu ?

Organisons l'information :

volume de sucre contenu dans le 1^{er} jus de fruit :

- $30\% \times 5\text{l} = 1,5\text{l}$

volume de sucre contenu dans le second jus de fruit :

- $20\% \times 3\text{l} = 0,6\text{l}$

- Le mélange a un volume de 8 litres dont 2,1l de sucre.

Soit x le pourcentage en sucre du mélange $x = \frac{100 \times 2,1}{8} = 26,25$

%	volume
100	8l
x	2,1

Le mélange obtenu comporte 26,25% de sucre.

EXERCICE 3

Pour engager des stagiaires, une entreprise organise des tests de sélection. Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves il y a 60% d'hommes.

Après avoir pris connaissance des résultats aux tests l'entreprise engage 70% des candidats masculins et 80% des femmes candidates.

1. Quel est le pourcentage d'hommes parmi les stagiaires embauchés ?
2. Quel est le pourcentage de femmes parmi les candidatures rejetées ?

Organisons l'information :

- Les candidats comportent 40% de femmes et 60% d'hommes.

1. 70% des 60% des candidats sont des stagiaires hommes embauchés

$$\frac{70}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{42}{100} = 42\% \quad \text{Les hommes embauchés représentent 42\% des candidats}$$

- 80% des 40% des candidats sont des stagiaires femmes embauchées.

$$\frac{80}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{32}{100} \quad \text{Les femmes embauchées représentent 32\% des candidats}$$

On en déduit que l'entreprise a embauché 74% des candidats. Donc 26% ont été rejetés

Reformulons la question: il s'agit de déterminer la part (exprimée en pourcentage) des hommes parmi les candidats embauchés

Soit p la part des hommes embauchés par rapport à l'ensemble des candidats retenus.

$$p = \frac{42\%}{74\%} = \frac{42}{74} = \frac{0,5676}{1} = \frac{56,76}{100} = 56,76\%$$

Les stagiaires se répartissent en 56,76% d'hommes et 43,24% de femmes.

2. On a vu à la question précédente que 26% des candidatures ont été rejetées.

On souhaite connaître la proportions de femmes parmi les candidats éliminés.

Résumons:

	S	\bar{S}	total
H	42	18	60
F	32	8	40
total	74	26	100

26% des candidats sont éliminés :

18% des candidats sont des hommes éliminés

8% des candidats sont des femmes éliminées

La part des femmes, parmi les candidats éliminés est:

$$p = \frac{8}{26} = \frac{0,3077}{1} = \frac{30,77}{100} = 30,77\%$$

EXERCICE 4

Dans une entreprise, 70% des salariés sont des hommes, 6% des femmes sont cadres et 5% des hommes sont cadres.

Quel est le pourcentage des cadres dans cette entreprise ?

Organisons l'information :

• 70% des salariés sont des hommes, donc 30% sont des femmes.

• 5% des 70% des salariés sont des cadres hommes.

$$\frac{5}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{3,5}{100} = 3,5\%$$

• 6% des 30% des salariés sont des cadres femmes.

$$\frac{6}{100} \times \frac{30}{100} = \frac{1,8}{100} = 1,8\%$$

5,3% des employés de l'entreprise sont des cadres.

	C	\bar{C}	total
H	3,5	66,5	70
F	1,8	28,2	30
Total	5,3	94,7	100

EXERCICE 5

1. Par quel nombre est multiplié une quantité

a) qui augmente de 0,1% ? 1% ? 5% ? 10% ? 50% ? 100% ? 200% ?

b) qui diminue de 0,2% ? 2% ? 15% ? 25% ? 50% ?

2. Indiquer la variation en pourcentage d'une quantité

a) qui a été multipliée par 1,02 ; 1,12 ; 1,75 ; 2,5.

b) qui a été multipliée par 0,05 ; 0,15 ; 0,5 ; 0,987.

Le coefficient multiplicateur associé à une évolution de $t\%$ est $c = 1 + \frac{t}{100}$.

t est algébrique : positif dans le cas d'une augmentation
négatif dans le cas d'une diminution

1. a)

$t\%$	0,1%	1%	5%	10%	50%	100%	200%
c	1,001	1,01	1,05	1,1	1,5	2	3

b)

$t\%$	-0,2%	-2%	-15%	-25%	-50%
c	0,9998	0,98	0,85	0,75	0,5

2. $c = 1 + \frac{t}{100} \Leftrightarrow \frac{t}{100} = c - 1 \Leftrightarrow t = (c - 1) \times 100$

c	1,02	1,12	1,75	2,5	0,05	0,15	0,5	0,987
t	+2%	+12%	+75%	+150%	-95%	-85%	-50%	-1,3%

EXERCICE 6

Une entreprise a vu son chiffre d'affaires augmenter de 160 000 € régulièrement tous les ans.

1. Recopier et compléter le tableau des valeurs suivant :

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Chiffre d'affaires (en millions d'euros)	10	10,16	10,32	10,48	10,64	10,8	10,96
Pourcentage d'évolution annuel		+ 1,6%	+ 1,57%	+ 1,55%	+ 1,53%	+ 1,5%	+ 1,48%

2. Le pourcentage d'évolution de 2016 par rapport à 2010 est-il égal à la somme des pourcentages d'évolution successifs ?

1. Organisons l'information: 160 000 = 0,16 million.

La variation absolue annuelle est égale à 0,16.

Le taux d'évolution est le quotient de la variation absolue par la valeur précédente de la variable.

• En 2011 : $\frac{0,16}{10} = \frac{0,016}{1} = 1,6\%$

• En 2014 : $\frac{0,16}{10,48} = 1,53\%$

• En 2012 : $\frac{0,16}{10,16} = \frac{0,0157}{1} = 1,57\%$

• En 2015 : $\frac{0,16}{10,64} = 1,50\%$

• En 2013 : $\frac{0,16}{10,32} = \frac{0,0155}{1} = 1,55\%$

• En 2016 : $\frac{0,16}{10,8} = 1,48\%$

2. $1,6 + 1,57 + 1,55 + 1,53 + 1,5 + 1,48 = 9,23$

Calculons le taux d'évolution de 2010 à 2016 : $t = \frac{10,96 - 10}{10} = 9,6\%$

Les taux d'évolution ne s'ajoutent pas!

EXERCICE 7

Avant promotion, un article était vendu en paquet d'un kilogramme à 4,60 €.

Dans un magasin, une publicité annonce : « 15% de produit en plus pour un même prix de 4,60 € ».

Chez un concurrent, pour le même produit, on annonce : « 15% de remise à la caisse sur le paquet d'un kilogramme à 4,60 € ».

Ces deux offres sont-elles équivalentes ?

Organisons l'information :

offre 1 : 115% de produit pour 4,60€

$$\text{soit } \frac{4,60}{1,15} = 4 \text{ € le kg}$$

offre 2 : diminuer de 15% revient à multiplier par $1 + \left(\frac{-15}{100}\right) = 0,85$

$$4,60 \xrightarrow{-15\%} 3,91$$

↙ $\times 0,85$ ↘

L'offre 2 propose le kilogramme à 3,91€, elle est donc plus intéressante que l'offre 1 qui revient à 4€ le kilogramme.

c) on sait a $c = \frac{\text{prix de vente}}{\text{prix grossiste}} = 1,6$ on a donc $\frac{\text{prix grossiste}}{\text{prix de vente}} = \frac{1}{1,6}$

$$P\% = \frac{P}{100} = \frac{1}{1,6} \Leftrightarrow P = \frac{100 \times 1}{1,6} = 62,5 \quad P\% = 62,5\% \text{ le prix d'achat représente } 62,5\% \text{ du prix de vente.}$$

2. Reformulons la question : Soit V_2 : prix de vente
 V_1 : prix d'achat

La phrase " le prix d'achat représente 40% du prix de vente " se traduit par la relation :

$$V_1 = 0,4 \times V_2 \quad \text{soit} \quad V_2 = \frac{V_1}{0,4} = V_1 \times \frac{1}{0,4} = V_1 \times 2,5$$

D'où le schéma suivant : $V_1 \xrightarrow{+150\%} V_2$
 $\searrow \times 2,5 \nearrow$

Multiplier par 2,5 revient à augmenter de 150%.

En multipliant son prix d'achat par 2,5 le commerçant fait en sorte que celui-ci ne représente que 40% du prix de vente.

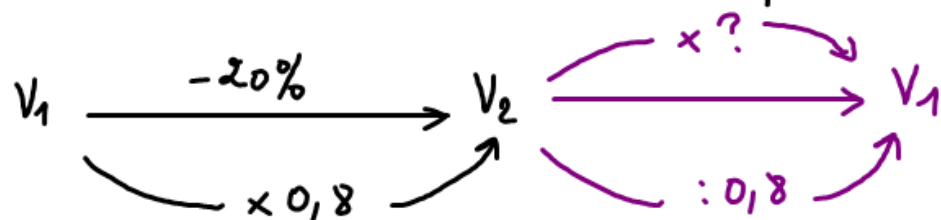
EXERCICE 9

1. Le cours d'une action a baissé de 20%. Quel doit être le taux d'augmentation pour que cette action retrouve son cours initial ?
2. Le prix d'un article a subi une hausse de 20%. Quel doit être le taux de remise pour que cet article retrouve son prix initial ?

1. On cherche l'évolution **réciproque** correspondant à une baisse de 20%.

Il s'agit nécessairement d'une hausse ! Les taux d'évolution ne s'ajoutent pas. Il ne s'agit donc pas d'une hausse de 20% mais d'une hausse nécessairement supérieure.

Diminuer de 20% revient à multiplier par 0,8.



Pour revenir à V_1 il faut donc diviser par 0,8; soit multiplier par son inverse $\frac{1}{0,8} = 1,25$
 Multiplier par 1,25 revient à augmenter de 25%.

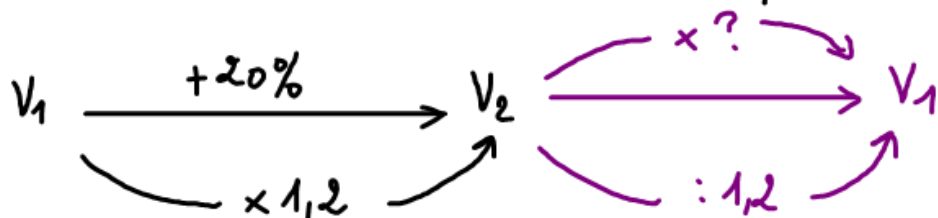
Après une baisse de 20%, l'action doit augmenter de 25% pour revenir à son cours initial.

2. Le prix d'un article a subi une hausse de 20%. Quel doit être le taux de remise pour que cet article retrouve son prix initial ?

1. On cherche l'évolution **réciproque** correspondant à une hausse de 20%.

Il s'agit nécessairement d'une baisse ! Les taux d'évolution ne s'ajoutent pas. Il ne s'agit donc pas d'une baisse de 20% mais d'une baisse nécessairement inférieure.

Augmenter de 20% revient à multiplier par 1,2.



Pour revenir à V_1 il faut donc diviser par 1,2 ; soit multiplier par son inverse $\frac{1}{1,2} = 0,8333$

Multiplier par 0,8333 revient à diminuer de 16,67%

Après une hausse de 20%, l'action doit baisser de 16,67% pour revenir à son cours initial.

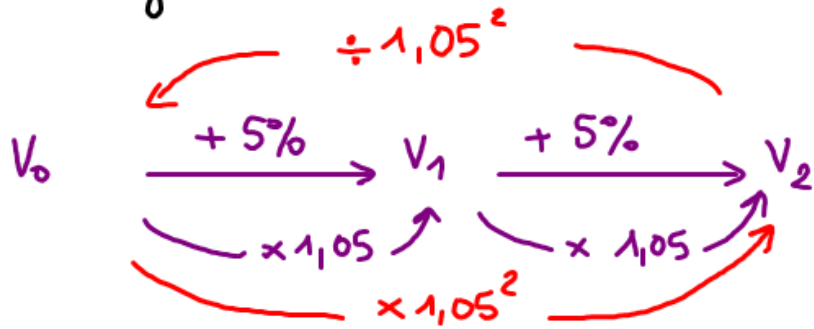
EXERCICE 10

Après deux augmentations successives de 5% le prix d'un objet est de 48,51 €.
 Quel était le prix initial de cet objet ?

Attention : les taux d'évolution ne s'ajoutent pas ! 2 augmentations successives de 5% ne correspondent donc pas à une augmentation globale de 10%

Augmenter de 5% revient à multiplier par 1,05.

Augmenter 2 fois de suite de 5% revient donc à multiplier par $1,05 \times 1,05$ soit $1,05^2$



Le prix initial est donc : $48,51 \div (1,05)^2 = 44 \text{ €}$

EXERCICE 11

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 19% en deux ans.

Pour atteindre son objectif, quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux années ?

Raisonnons par l'absurde : s'il suffisait de diviser par 2 le taux global pour obtenir le taux annuel **moyen**, cela voudrait dire que 2 évolutions successives de 9,5% équivalent à une évolution de 19%. Or on a vu que les taux d'évolution **ne s'ajoutent pas** !

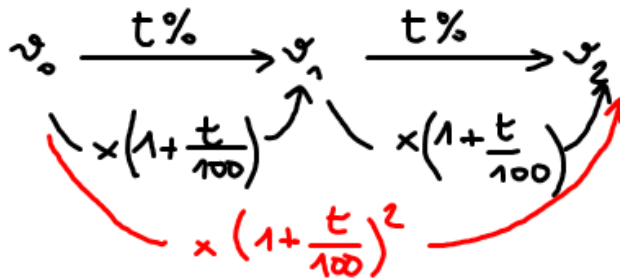
Soit t le taux annuel cherché.

Augmenter de $t\%$ revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. On a 2 évolutions successives de coefficient multiplicateur $c = 1 + \frac{t}{100}$. On a donc une évolution globale de coefficient multiplicateur

$$c_g = \left(1 + \frac{t}{100}\right)^2$$

$$\text{Or } t_g = -19\%$$

$$\text{donc } c_g = 0,81$$



t vérifie donc :

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 = 0,81$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{t}{100} = \sqrt{0,81} \Leftrightarrow \frac{t}{100} = \sqrt{0,81} - 1$$

$$\boxed{t\% = -10\%}$$

EXERCICE 12

Lors d'une année exceptionnelle la production de fruits d'un agriculteur a augmenté de $t_1\%$. Mais l'abondance de fruits sur le marché provoque une chute des prix de $t_2\%$.

On note p le prix et q la quantité produite lors d'une année normale.

1. Dans le cas où $t_1 = 17$ et $t_2 = 15$ la recette de l'agriculteur a-t-elle augmenté ou diminué ?

2. Dans le cas où $t_1 = 20$ et $t_2 = 16$ la recette de l'agriculteur a-t-elle augmenté ou diminué ?

Exprimons la recette issue de la vente d'une quantité q à un prix unitaire p .

$$R = p \times q$$

1. Augmenter de 17% revient à multiplier par 1,17 alors $q_1 = 1,17 \times q$

Diminuer de 15% revient à multiplier par 0,85 alors $p_1 = 0,85 \times p$

La recette est donc $R_1 = p_1 \times q_1 = 1,17 \times p \times 0,85 \times q = 1,17 \times 0,85 \times R = 0,9945 \times R$

La recette de l'agriculteur a diminué de 0,55%

2. Augmenter de 20% revient à multiplier par 1,20 alors $q_2 = 1,20 \times q$

Diminuer de 16% revient à multiplier par 0,84 alors $p_2 = 0,84 \times p$

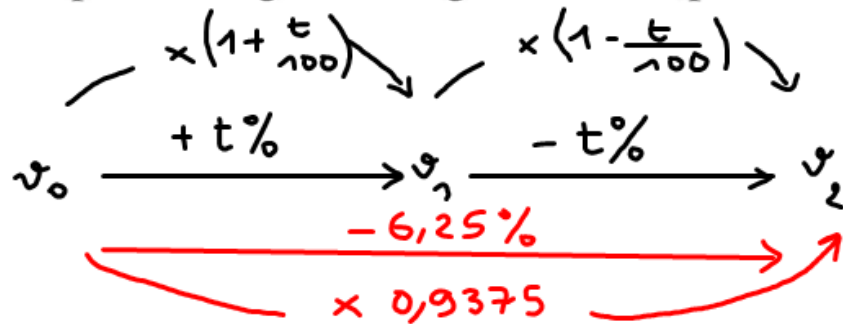
La recette est donc $R_2 = p_2 \times q_2 = 1,20 \times p \times 0,84 \times q = 1,2 \times 0,84 \times R = 1,008 \times R$

La recette de l'agriculteur a augmenté de 0,8 %

EXERCICE 13

le prix initial d'un article, successivement augmenté puis diminué d'un même pourcentage, a finalement baissé de 6,25%.

Calculer le pourcentage de l'augmentation (puis de la diminution).



Augmenter de $t\%$ revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$

Diminuer de $t\%$ revient à multiplier par $1 - \frac{t}{100}$

Une baisse globale de 6,25% est associée à un coefficient multiplicateur $C_g = 1 - \frac{6,25}{100} = 0,9375$

t vérifie donc : $(1 + \frac{t}{100})(1 - \frac{t}{100}) = 0,9375$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{t^2}{10000} = 0,9375$$

$$\Leftrightarrow t^2 = (1 - 0,9375) \times 10000 = 625 \quad \text{d'où } t = \sqrt{625} = 25$$

Le prix a successivement augmenté puis diminué de 25%.

EXERCICE 14

1. Après deux augmentations successives de $t\%$ le prix d'un article a augmenté de 16,64%.

Calculer le taux t de l'augmentation.

2. Après deux baisses successives de $t\%$ le prix d'un article a diminué de 17,19%.

Calculer le taux t de la baisse.

1. 2 augmentations successives de $t\%$ sont associées à un coefficient multiplicateur

$$C_g = \left(1 + \frac{t}{100}\right)^2$$

Or, augmenter de 16,64% revient à multiplier par 1,1664.

$$t \text{ vérifie donc } \left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 = 1,1664 \Leftrightarrow 1 + \frac{t}{100} = \sqrt{1,1664} \Leftrightarrow t = (\sqrt{1,1664} - 1) \times 100$$

2 augmentations de 8% conduisent à une augmentation de 16,64% $\Leftrightarrow t = 8$

2. 2 diminutions successives de $t\%$ sont associées à un coefficient multiplicateur

$$C_g = \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$$

Or, diminuer de 17,19% revient à multiplier par 0,8281.

$$t \text{ vérifie donc } \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2 = 0,8281 \Leftrightarrow 1 - \frac{t}{100} = \sqrt{0,8281} \Leftrightarrow t = (1 - \sqrt{0,8281}) \times 100$$

$$\Leftrightarrow t = 9.$$

2 baisses successives de 9% conduisent à une baisse globale de 17,19%.