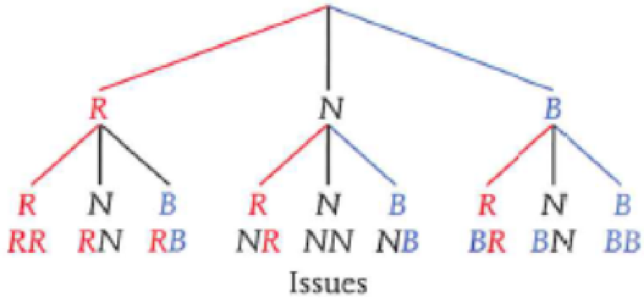
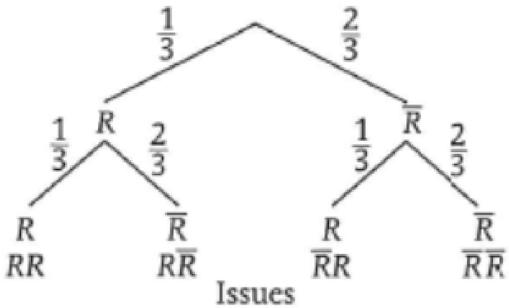
Activité Rouge ou pas rouge ?

Une urne contient trois boules : une rouge, une noire et une bleue. On tire une boule au hasard, on la remet dans l'urne, puis on tire une autre boule au hasard. On admet que tous les tirages d'une boule sont équiprobables.



1. Montrer, en utilisant l'arbre ci-contre, que la probabilité d'obtenir deux boules rouges (RR) est $\frac{1}{9}$ et que la probabilité d'obtenir une boule rouge, puis une boule qui ne l'est pas est $\frac{2}{9}$.

2. On s'intéresse maintenant, pour chaque tirage, à l'obtention ou non de la boule rouge et on représente la situation à l'aide de l'arbre ci-contre, appelé « arbre pondéré ».



a) Que signifie R ? $\overline{R}$?

b) À quelles probabilités correspondent les nombres $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ écrits sur les branches de l'arbre pondéré ?

c) Déterminer la règle permettant, à partir de l'arbre pondéré, de calculer les probabilités obtenues à la question **1.** et, plus généralement, les probabilités des quatre issues de ce dernier arbre.

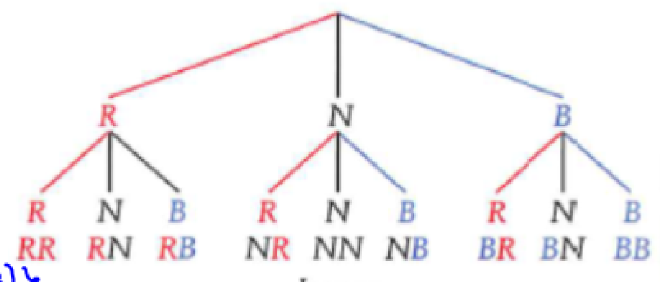
Organisons l'information : Il s'agit d'une expérience à 2 épreuves consistant en un tirage de 2 boules successivement avec remise.

Equiprobabilité : on dit qu'on est dans une situation d'équiprobabilité lorsque tout évènement élémentaire a une probabilité $p = \frac{1}{\text{card}\,\Omega}$

card : cardinal (effectif)

Ω : univers des possibles   ici on a $\text{card}\,\Omega = 9$

1. Montrer, en utilisant l'arbre ci-contre, que la probabilité d'obtenir deux boules rouges (RR) est $\frac{1}{9}$ et que la probabilité d'obtenir une boule rouge, puis une boule qui ne l'est pas est $\frac{2}{9}$.



$\Omega = \{(R;R)\,;(R;N);(R;B);(N;R);(N;N);(N;B);(B;R);(B;N);(B;B)\}$

$\text{card}\,\Omega = 9$

- A : " obtenir 2 boules rouges "

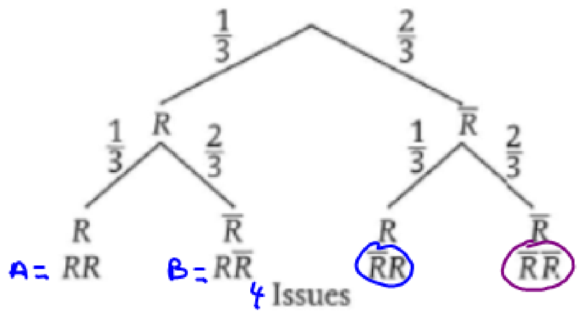
  $A = \{(R;R)\}$ 1 issue réalise A : A est un événement élémentaire.

  $p(A) = \dfrac{\text{card}A}{\text{card}\,\Omega} = \dfrac{1}{9}$

- B : " obtenir une boule rouge puis une boule qui ne l'est pas "

  2 issues réalisent B. $B = \{(R;N);(R;B)\}$ $p(B) = \dfrac{\text{card}B}{\text{card}\,\Omega} = \dfrac{2}{9}$

2. On s'intéresse maintenant, pour chaque tirage, à l'obtention ou non de la boule rouge et on représente la situation à l'aide de l'arbre ci-contre, appelé « arbre pondéré ».



a) Que signifie R ? $\overline{R}$?

R : " obtenir une boule rouge "

$\overline{R}$: " ne pas obtenir une boule rouge "

b) À quelles probabilités correspondent les nombres $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ écrits sur les branches de l'arbre pondéré ?

A chaque épreuve, $p(R) = \frac{1}{3}$ et $p(\overline{R}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Rappel : Soit A un événement.
L'événement contraire de A noté $\overline{A}$
est tel que $p(A) + p(\overline{A}) = 1$
$\iff p(\overline{A}) = 1 - p(A)$
$\iff p(A) = 1 - p(\overline{A})$

c) Déterminer la règle permettant, à partir de l'arbre pondéré, de calculer les probabilités obtenues à la question **1.** et, plus généralement, les probabilités des quatre issues de ce dernier arbre.

$A = \{(R;R)\}$ 1 seule issue réalise A et $p(A) = \frac{1}{9}$

$B = \{(R;\overline{R})\}$ 1 seule issue réalise B et $p = \frac{2}{9}$

Règle : Dans un arbre pondéré, la probabilité d'une ISSUE est égale au PRODUIT des probabilités portées par les branches formant le chemin conduisant à cette issue.

Exemple : $p(\overline{R};R) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ $\quad p(\overline{R};\overline{R}) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$