Correction du devoir de mathématiques n°5

La calculatrice était pas autorisée

Exercice 1 : question de cours **3 points**

1. On conjecture que f est strictement croissante sur $]-\infty;0]$ et strictement décroissante sur $[0;+\infty[$
2. Soit x_1 et x_2 deux réels tels que $x_1 < x_2$ Comparons $f(x_1)$ et $f(x_2)$
   $f(x_1) - f(x_2) = -3x_1{}^2-(-3x_2{}^2) = 3x_2{}^2-3x_1{}^2 = 3(x_2{}^2-x_1{}^2) = 3(x_2-x_1)(x_2+x_1)$

1er cas : $x_1 < x_2 \le 0$
Si $x_1 < x_2$ alors $x_2 - x_1 > 0$
de plus si $x_1 < x_2 \le 0$ alors $x_2 + x_1 < 0$
par somme de 2 termes négatifs.
donc, par produit (règle des signes)
$f(x_1) - f(x_2) < 0$
donc $f(x_1) < f(x_2)$
f est strictement croissante sur $]-\infty;0]$

2ème cas : $0 \le x_1 < x_2$
Si $x_1 < x_2$ alors $x_2 - x_1 > 0$
de plus si $0 \le x_1 < x_2$ alors $x_2 + x_1 > 0$
par somme de 2 termes positifs.
donc, par produit (règle des signes)
$f(x_1) - f(x_2) > 0$
donc $f(x_1) > f(x_2)$
f est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$

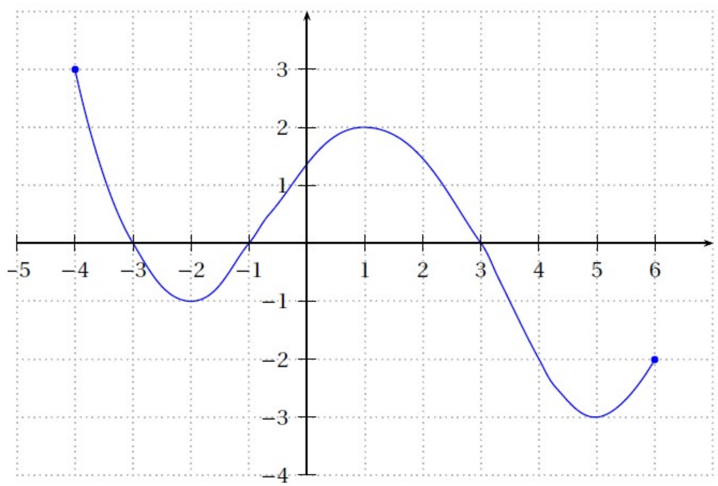
Exercice 2 : généralités sur les fonctions **7 points**

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

1. $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}\setminus\{2\} =]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$
   $f(x) < 0$ pour tout $x \in]-\infty;-3[$
   $f(-3) = 0$
   $f(x) > 0$ pour tout $x \in]-3;2[$
   $f(x) < 0$ pour tout $x \in]2;+\infty[$

2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$
3. $f(x) \le 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;3[\cup]2;+\infty[$
4.
   a. $f(2) = 0$ — FAUX $f(2)$ n'existe pas
   b. $f(-4) < 0$ — VRAI $-4 \in]-\infty;-3[$ donc $f(-4) < 0$
   c. $f(-2)$ est négatif — FAUX $-2 \in]-3;2[$ donc $f(-2) > 0$
   d. $f(0) = -3$ — FAUX $f(-3) = 0$
   e. Si $x > 2$ alors $f(x) > 0$ — FAUX Si $x > 2$ alors $f(x) < 0$
   f. Si $f(x) < 0$ alors $x < -3$ — FAUX $x < -3$ OU $x > 2$

Exercice 3 : lecture graphique **7 points**



1. $\mathscr{D}_f = [-4;6]$
2. $f(1) = 2; f(-2) = -1;$
3. $f(x) = -2 \Leftrightarrow x \in \{4;6\}$
4. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3;-1;3\}$
5. $f(x) = -1 \Leftrightarrow x \in \{-2;3,5\}$
6. $f(x) \le -2 \Leftrightarrow x \in [4;6]$
7.

x	-4		-3		-1		3		6
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

8. Tableau de variation de f :

x	-4	-3	-2	-1	1	3	5	6
$f(x)$	3 ↘	0 ↘	-1 ↗	0 ↗	2 ↘	0 ↘	-3 ↗	

9. Si $x \in [-4;6]$ alors $f(x) \in [-3;3]$
10. Les nombres ayant exactement 3 antécédents sont les réels k tels que la droite horizontale d'équation $y = k$ coupe 3 fois la courbe $\mathscr{C}$.
    $-2 < k < -1$