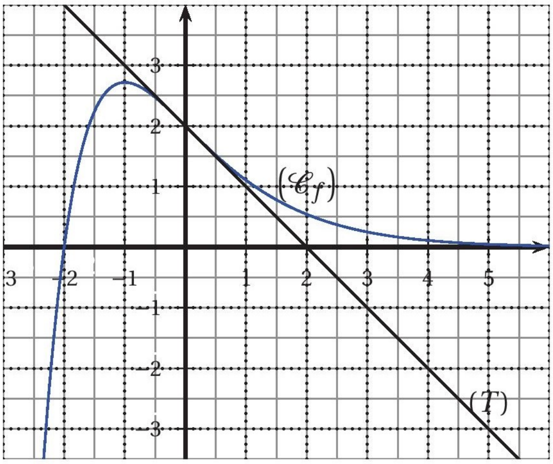
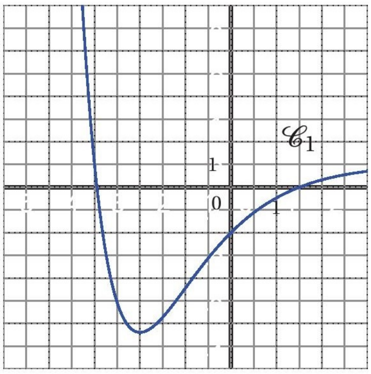
EXERCICE 1 — 7 points

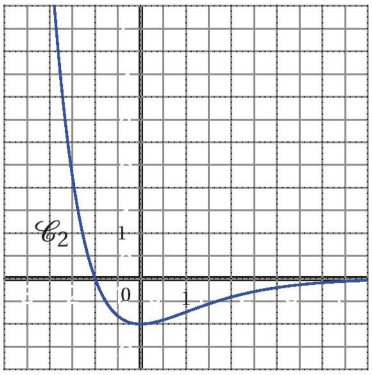
On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-\frac{5}{2}\,;\,5\right]$. Le plan est muni d'un repère orthonormal.

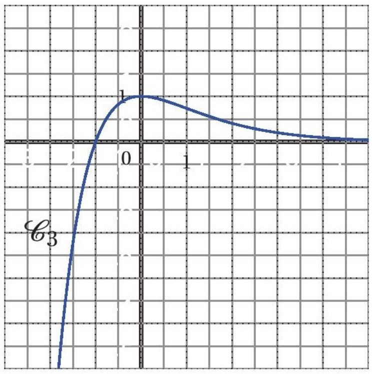
- La courbe $(\mathscr{C}_f)$ représentée ci-dessous est celle de la fonction f.
- Les points A(0; 2), B (-1 ; 2,7) et C (-2; 0) appartiennent à la courbe $(\mathscr{C}_f)$.
- Le point de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'abscisse (5) a une ordonnée strictement positive.
- La tangente (T) en A à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ passe par le point D(2 ; 0).
- La tangente en B à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer $f(0)$, $f(-1)$ ainsi que $f'(0)$ et $f'(-1)$
2. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x
3. Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x
4. Parmi les trois courbes jointes ci-dessous, l'une est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f. Laquelle? Justifier votre réponse.
5. Parmi les trois courbes jointes ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une fonction g qui a pour dérivée f. Laquelle? Justifier votre réponse.







EXERCICE 2 — 6 points

On considère la fonction f définie et dérivable pour tout réel x par $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 - 3}{x^2 + 3}$.

PARTIE A

1. Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{x^4 + 9x^2}{\left(x^2+3\right)^2}$ où f' est la fonction dérivée de f.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f.
3. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0;2]$.
   b) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie à 10^{-2} près de la solution α.

PARTIE B

On admet que la dérivée seconde de la fonction f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f''(x) = \dfrac{-6x\left(x^2-9\right)}{\left(x^2+3\right)^3}$.

1. Déterminer les intervalles sur lesquels la fonction f est convexe ou concave.
2. La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ?

EXERCICE 3 — 7 points

Pierre pratique la course à pied plusieurs fois par semaine. Il a trois parcours différents, notés A, B et C et deux types de séances d'entraînement : Endurance, notée E et Vitesse, notée V. Chaque fois que Pierre va courir, il choisit un parcours (A, B ou C), puis un type d'entraînement (E ou V).

Pierre va courir aujourd'hui. On considère les évènements suivants :
A : « Pierre choisit le parcours A »
B : « Pierre choisit le parcours B »
C : « Pierre choisit le parcours C »
E : « Pierre fait une séance d'endurance »
V : « Pierre fait une séance de vitesse »
On sait que :
— Pierre choisit le parcours A dans 30 % des cas et le parcours B dans 20 % des cas ;
— si Pierre choisit le parcours A, alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas ;
— si Pierre choisit le parcours B, alors il fait une séance d'endurance dans 80 % des cas ;
— Pierre fait une séance d'endurance dans 70 % des cas

1. **a.** Traduire les données de l'énoncé en termes de probabilités.
   b. Calculer $p_B(V)$ et en donner une interptrétation dans le contexte de l'exercice.
   c. Faire un arbre de probabilité décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que Pierre choisisse le parcours C.
3. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours A et une séance de vitesse.
4. Pierre fait une séance d'endurance. Quelle est la probabilité qu'ait choisi le parcours A
5. On sait que Pierre a choisi le parcours C. Quelle est la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance ?
6. Pierre a couru 5 fois cette semaine, quelle est la probabilité qu'il ait fait au plus trois séances d'endurance.

Méthode : utiliser sa calculatrice en mode STAT pour calculer $P(X=k)$ ou $P(X\leq k)$

L'événement contraire de $(X\geq 6)$ est $(X\leq 5)$ on a donc $P(X\geq 6) = 1 - P(X\leq 5)$
$P(X\leq 5)$ est fourni par la calculatrice avec BinomFrep ou BinomFcd selon les calculatrices