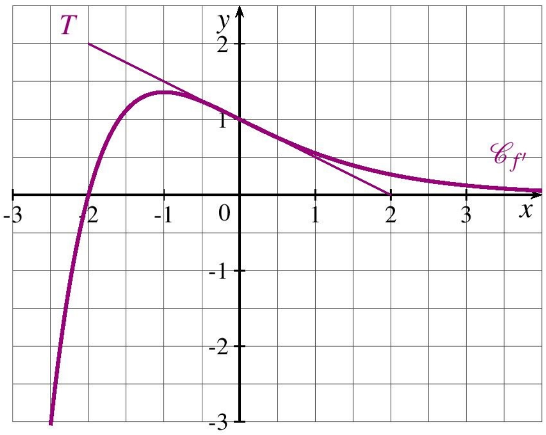
DST n°3 durée 2H00

EXERCICE 1 5 points

Soit f une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.
La courbe représentative de la fonction dérivée notée $\mathscr{C}_{f'}$ est donnée ci dessous.
La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}_{f'}$ au point d'abscisse 0.



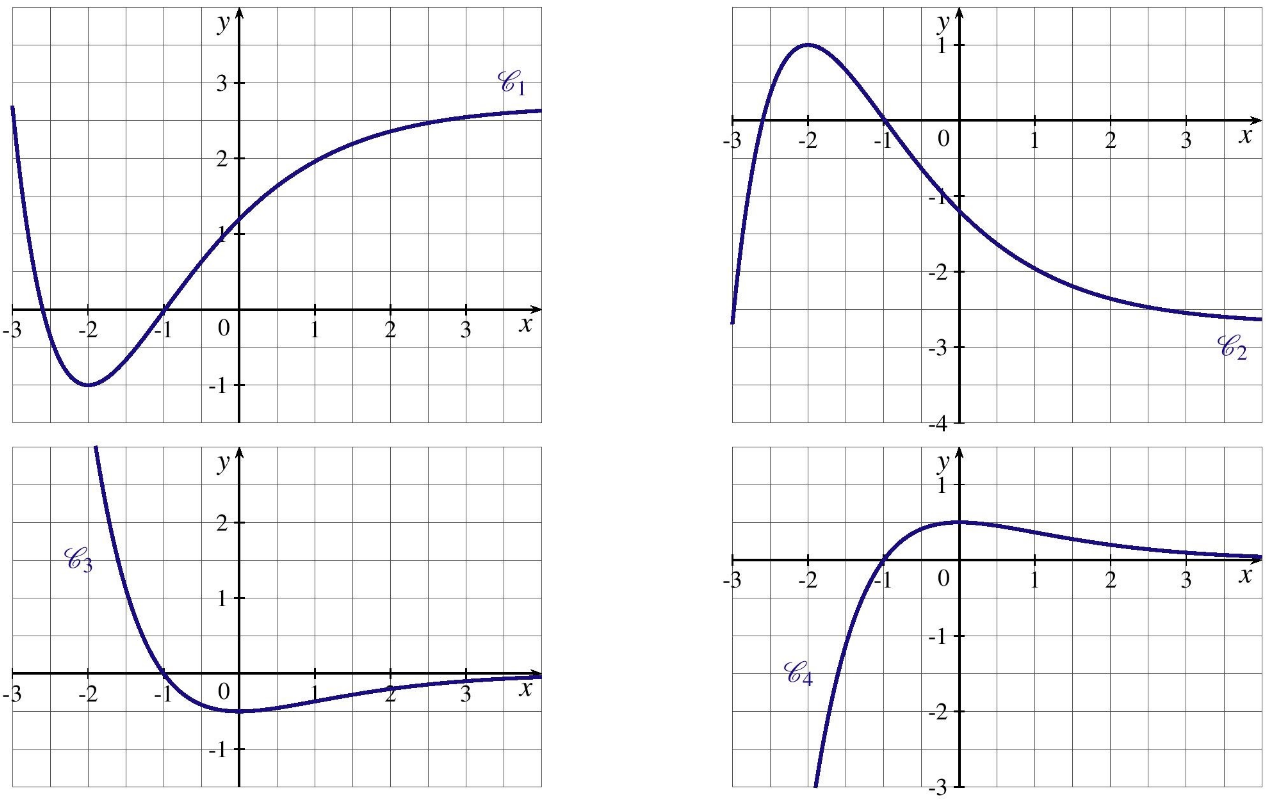
1. Par lecture graphique :

   a) Résoudre $f'(x) = 0$.

   b) Résoudre $f''(x) = 0$.

   c) Déterminer $f''(0)$.

2. Une des quatre courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ ci-dessous est la courbe représentative de la fonction f et une autre la courbe représentative de la dérivée seconde f''.



   a) Déterminer la courbe qui représente f et celle qui représente la dérivée seconde f''.

   b) Déterminer les intervalles sur lesquels f est convexe ou concave.

   c) La courbe représentative de la fonction f admet-elle un point d'inflexion ?

Exercice 2 : Tous les resultats seront arrondis au millieme si necessaire. 7 points

Partie A

L'étude réalisée pour une entreprise de matériel informatique sur l'utilisation d'un modèle A de disque dur externe de son catalogue a permis d'établir que :

– 65 % des acquéreurs utilisent le disque dur avec un ordinateur portable.
– 40 % des acquéreurs qui utilisent le disque dur avec un ordinateur portable le font pour un usage professionnel.
– 28 % des acquéreurs utilisent le disque dur avec un ordinateur fixe et pour un usage professionnel.

On choisit au hasard la fiche d'un client ayant acheté ce modèle de disque dur et on note :

– M l'évènement : « le client utilise le disque dur avec un ordinateur portable » ;
– T l'évènement : « le client utilise le disque dur pour un usage professionnel ».

1. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui fait un usage professionnel du disque dur externe sachant qu'il l'utilise avec un ordinateur fixe.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

3. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui utilise le disque dur avec un ordinateur portable pour un usage professionnel ?

4. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui utilise le disque dur pour un usage professionnel ?

5. La fiche est celle d'un client qui utilise le disque dur pour un usage professionnel. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui utilise le disque dur avec un ordinateur fixe ?

Partie B

Cette entreprise commercialise également un modèle B de disque dur mécanique. L'utilisation de ce modèle sur des serveurs a permis d'établir un taux de défaillance annuel de 2 %.

Un client commande 50 disques durs du modèle B. Le nombre de disques durs fabriqués est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler le choix des 50 disques durs à un tirage aléatoire avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre disques durs susceptibles d'être en panne pendant l'année.

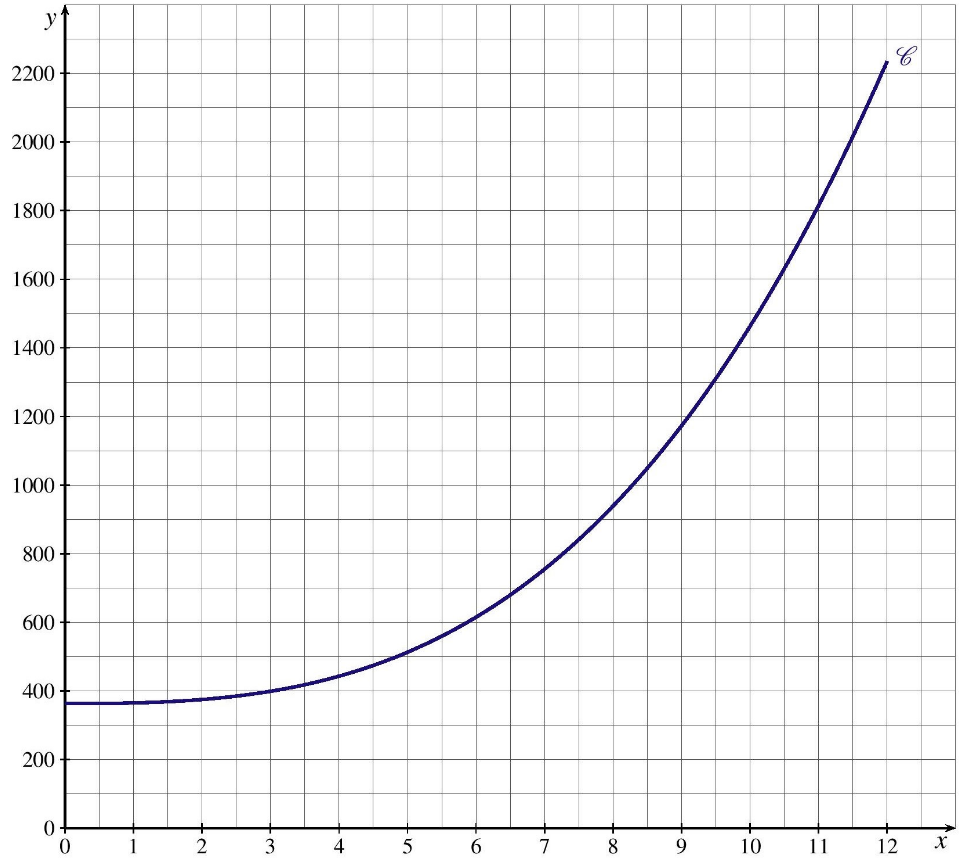
1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Calculer la probabilité $P(X = 1)$ et interpréter le résultat à l'aide d'une phrase.
3. Quelle est la probabilité qu'au moins un des disques durs achetés présente une défaillance au cours de l'année ?

EXERCICE 3 : 8 points

Une entreprise produit et commercialise un article A. Sa capacité de production mensuelle est limitée à 12 milliers d'articles.
Soit C_T la fonction définie pour tout réel x élément de l'intervalle $[0;12]$ par :

$$C_T(x) = x^3 + x^2 + 363$$

La fonction C_T modélise sur l'intervalle $[0;12]$ le coût total de production exprimé en milliers d'euros, où x désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués.
La courbe représentative de la fonction coût total, notée $\mathscr{C}$, est donnée ci-dessous :



PARTIE A

1. Justifier que la fonction C_T est strictement croissante.
2. Montrer que l'équation $C_T(x) = 2000$ admet une unique solution.
3. L'entreprise souhaite limiter son coût de production mensuel à 2000 milliers d'euros.
   Quel est, arrondi à la centaine d'articles près, le nombre maximal d'articles qu'elle peut produire chaque mois ?

PARTIE B

On note $C_M(x)$ le coût moyen de production exprimé en euros, par article fabriqué.
On rappelle que $C_M(x) = \dfrac{C_T(x)}{x}$ avec $x \in]0\ ;\ 12]$.

1. a) Placer le point A sur la courbe $\mathscr{C}_T$ tel que la droite (OA) soit tangente à $\mathscr{C}_T$. On appelle a l'abscisse du point A.
   b) Conjecturer graphiquement les variations de C_M sur l'intervalle $]0;12]$.
2. Écrire l'expression de $C_M(x)$ en fonction de x.
3. On admet que la fonction C_M est dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ 12]$ et on appelle C_M' sa fonction dérivée.
   Calculer $C_M'(x)$, et vérifier que $C_M'(x) = \dfrac{(2x-11)(x^2+6x+33)}{x^2}$ pour tout x de l'intervalle $]0\ ;\ 12]$.
4. Étudier les variations de la fonction C_M sur $]0\ ;\ 12]$.
5. Le coût marginal C_m est assimilé à la dérivée du coût total.
   Vérifier que, lorsque le coût moyen est minimum, le coût marginal est égal au coût moyen.