49 Sondages politiques

M. W est un candidat aux élections présidentielles. Il est arrivé au second tour.

La proportion p des personnes inscrites sur les listes électorales prêtes à voter pour le candidat W au second tour est inconnue.

Le tableau ci-dessous donne les résultats publiés par trois instituts de sondage :

Institut	Sofrop	Ifres	Tnp
Nombre de personnes interrogées	798	955	934
Nombre de votants pour le candidat W	462	582	568

1 Calculer les estimations ponctuelles de la proportion p, suivant les trois sondages.
Arrondir les résultats au centième près.

2 **a.** Pour chacun des trois sondages, déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 .
On les notera I_1, I_2 et I_3.
Approcher les bornes à 10^{-2} près.
b. Calculer les longueurs des trois intervalles de confiance. Comparer ces longueurs.
c. Traduire les intervalles I_1, I_2 et I_3 en termes de pourcentage.
d. D'après ces résultats que peut-on conclure quant aux chances de M. W de remporter les élections ?

5

correction

Institut	Sofrop	Ifres	Tnp
Estimation ponctuelle	$f_1 = \frac{462}{798} \approx 0{,}58$ soit 58 %	$f_2 = \frac{582}{955} \approx 0{,}61$ soit 61 %	$f_3 = \frac{568}{934} \approx 0{,}61$ soit 61 %

Institut	Sofrop	Ifres	Tnp
Estimation ponctuelle	$f_1 \approx 0{,}58$	$f_2 \approx 0{,}61$	$f_3 \approx 0{,}61$
Taille de l'échantillon	$n_1 = 798 \geqslant 30$	$n_2 = 955 \geqslant 30$	$n_3 = 934 \geqslant 30$
Produit nf	$n_1 \times f_1 = 462 > 5$	$n_2 \times f_2 = 582 > 5$	$n_3 \times f_3 = 568 > 5$
Produit $n(1-f)$	$n_1 \times (1-f_1) = 336 > 5$	$n_2 \times (1-f_2) = 373 > 5$	$n_3 \times (1-f_3) = 366 > 5$
Intervalle de confiance	**$I_1 = [0{,}54 ; 0{,}62]$**	**$I_2 = [0{,}57 ; 0{,}65]$**	**$I_3 = [0{,}57 ; 0{,}65]$**
Longueur de l'intervalle	$\ell_1 = 0{,}62 - 0{,}54 = 0{,}08$	$\ell_2 = 0{,}65 - 0{,}57 = 0{,}08$	$\ell_3 = 0{,}65 - 0{,}57 = 0{,}08$

On remarque que les trois intervalles sont comparables et de longueurs équivalentes.

c. et **d.** D'après l'institut Sofrop, M. W. peut raisonnablement considérer qu'entre 54 % et 62 % des personnes inscrites sur la liste électorale sont prêtes à voter pour lui. Cela ne signifie pas que c'est le cas, mais, qu'en construisant un grand nombre d'intervalle de confiance basé sur un grand nombre d'échantillons environ 95 % d'entre eux contiendront la proportion réelle recherchée. D'après l'institut Ifres, cette proportion peut être raisonnablement encadrée par 57 % et 65 %, comme pour l'institut Tnp.

Puisque pour chacun des instituts la borne inférieure de l'intervalle est supérieure à 0,5, il semble raisonnable de penser que M. W. a de grandes chances d'être élu, et cette observation est renforcée par le fait qu'elle est commune aux trois instituts.

3 En réalité l'institut Sofrop a fourni comme intervalle de confiance [0,55 ; 0,60] .
Combien de personnes a-t-il interrogées ?

4 On admet que M. W peut espérer 60,5 % des votes des électeurs.
M. Z est le deuxième candidat à ces élections présidentielles au second tour.
Ni M. W, ni M. Z ne sont candidats de la liste Écologie.
Parmi les électeurs prêts à voter pour M. W, 8 % avaient soutenu le candidat de la liste Écologie au premier tour.
6,8 % de tous les électeurs ont voté au premier tour pour le candidat de la liste Écologie.
On interroge un électeur au hasard.
On note :
W l'événement : « L'électeur a voté pour M. W » ;
V l'événement : « L'électeur a voté pour le candidat de la liste Écologie ».
a. Construire un arbre de probabilité représentant la situation décrite ci-dessus. Indiquer les pondérations connues.
b. Calculer la probabilité d'interroger, parmi les électeurs ayant voté pour le candidat Z, un électeur de la liste Écologie.
c. On interroge un électeur de la liste Écologie.
Quelle est la probabilité qu'il ait voté pour M. W ?

correction

$\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,05 \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2}{0,05} \Leftrightarrow \sqrt{n} = 40 \Leftrightarrow n = 40^2 = 1\,600.$

Par conséquent, vu son intervalle de confiance, l'institut Sofrop a donc interrogé 1 600 personnes.

4 **a.** W et $\overline{W}$ forment une partition de l'univers et, d'après l'énoncé, on interroge un électeur au hasard : il y a donc équiprobabilité et la probabilité d'un événement correspond à sa fréquence.

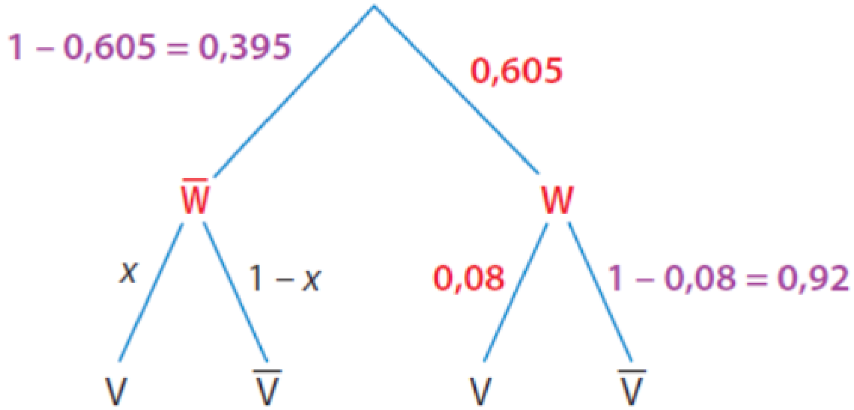
Alors $P(W) = 0,605$ donc $P(\overline{W}) = 1 - P(W) = 0,395$.

De même, $P_W(V) = 0,08$ et donc :

$P_W(\overline{V}) = 1 - P_W(V) = 0,92$.

Enfin, d'après l'énoncé, on a aussi $P(V) = 0,068$.

On en déduit l'arbre ci-dessous.



b. On cherche $x = P_{\overline{W}}(V)$.
Or W et $\overline{W}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$0{,}068 = P(V) = P_W(V) \times P(W) + P_{\overline{W}}(V) \times P(\overline{W})$$
$$= 0{,}08 \times 0{,}605 + 0{,}395 \times x = 0{,}0484 + 0{,}395\,x.$$

Alors $0{,}395x = 0{,}068 - 0{,}0484 = 0{,}0196$ donc :

$$x = \frac{0{,}196}{0{,}395} \approx 0{,}05 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

Parmi les électeurs ayant voté pour Z, il y a donc environ 5 % de chances d'interroger un électeur de la liste Ecologie.

c. On cherche à calculer $P_V(W)$.

Or, par définition, $P_V(W) = \dfrac{P(V \cap W)}{P(V)}$.

Donc, d'après la formule des probabilités conditionnelles, il vient :

$$P_V(W) = \frac{P_W(V) \times P(W)}{P(V)} = \frac{0{,}08 \times 0{,}605}{0{,}068} \approx 0{,}712.$$

Si l'on interroge un électeur de la liste Ecologie, il y a environ 71,2 % de chances qu'il ait voté pour W.