Variations d'une fonction et signe du nombre dérivé

32 On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $I = [-3\,;5]$.

x	-3		0		5
$f(x)$	9	↘	0	↗	25

1. À l'aide du tableau de variation, préciser le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x appartenant à I.

2. On admet que f est définie par $f(x) = x^2$.
Déterminer $f'(x)$ en fonction de x et retrouver les résultats de la question 1.

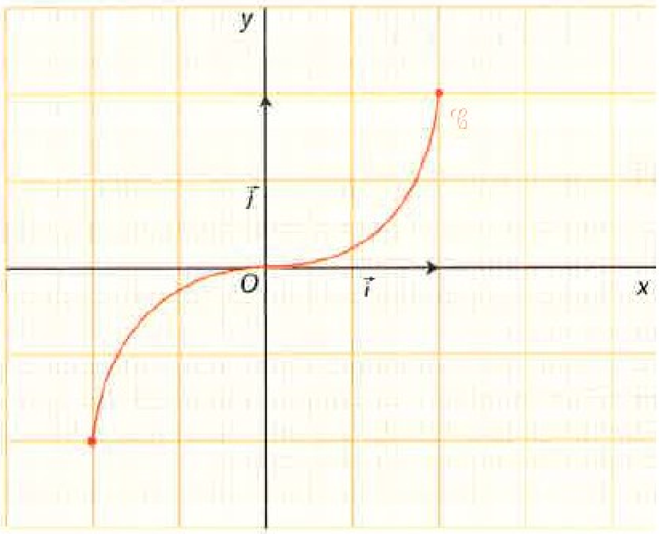
33 C On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $I = \left[-4\,;-\frac{1}{2}\right]$.

x	-4		$-\frac{1}{2}$
$f(x)$	$-0{,}25$	↘	-2

1. À l'aide du tableau de variation, préciser le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à I.

2. On admet que f est définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.
Déterminer $f'(x)$ en fonction de x et retrouver les résultats de la question 1.

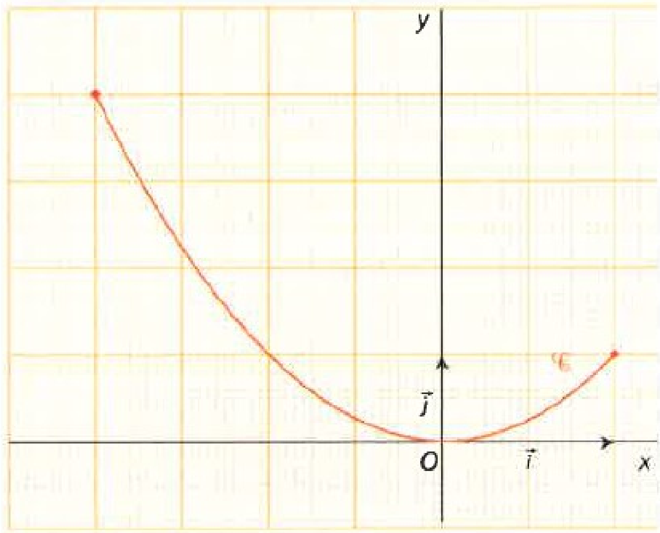
34 On donne un tracé de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $I = [-1\,;1]$.



1. À l'aide du tracé, déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à I.

2. On admet que f est définie par $f(x) = x^3$.
Déterminer $f'(x)$ en fonction de x et retrouver les résultats de la question 1.

35 On donne un tracé de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $I = [-2\,;1]$.



1. À l'aide du tracé, déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x appartenant à I.

2. On admet que f est définie par $f(x) = x^2$.
Déterminer $f'(x)$ en fonction de x et retrouver les résultats de la question 1.

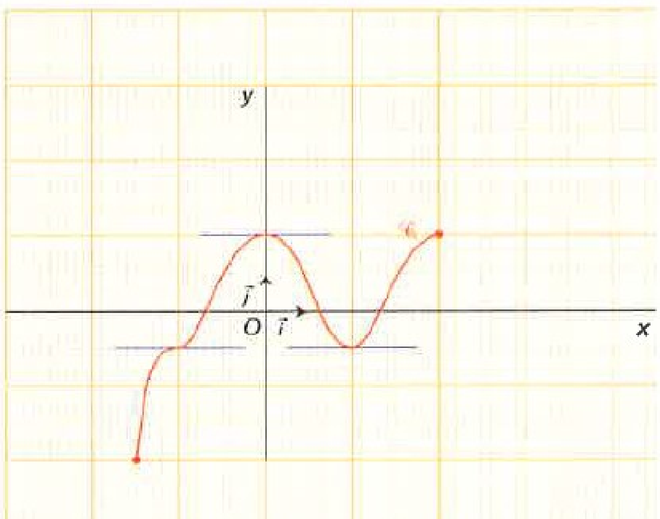
36 On donne les tableaux de variation d'une fonction f définie sur $[-4\,;2]$ et d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$.

x	-4		0		1		2
$f(x)$	3	↘	2	↗	4	↘	-1

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		↗	0	↘	-1	↗	

Préciser, suivant les valeurs de x, le signe de $f'(x)$ et le signe de $g'(x)$; on présentera les résultats dans des tableaux.

38 On donne un tracé de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-3\,;4]$.
La tangente à $\mathscr{C}$, en chacun des points d'abscisses -2 ; 0 et 2, est parallèle à l'axe des abscisses.

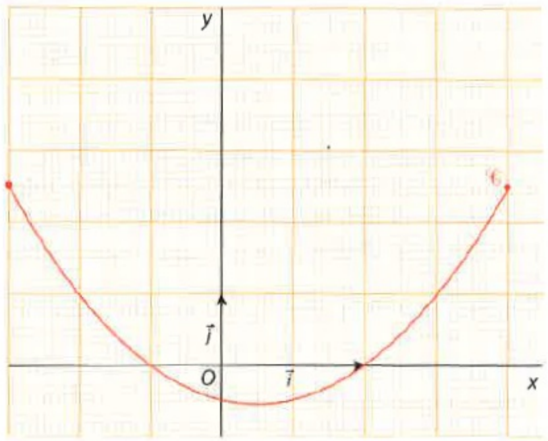


1. Déterminer $f'(-2)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.

2. Dresser le tableau de variation de f.

3. Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle $[-3\,;4]$; on présentera les résultats dans un tableau.

47 ** La courbe $\mathscr{C}$, tracée ci-dessous, est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-1{,}5 ; 2]$.



1. À l'aide du graphique, déterminer les valeurs de $f(-1)$, $f\left(\frac{3}{2}\right)$ et $f(2)$.

2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

3. Résoudre graphiquement chacune des inéquations $f(x) > 0$ et $f(x) < 0$.

4. Au point d'abscisse $\frac{1}{4}$, $\mathscr{C}$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a) $f'(0) = \frac{1}{4}$;

b) $f\left(\frac{1}{4}\right) = 0$;

c) $f'\left(\frac{1}{4}\right) = 0$;

d) $f(0) = \frac{1}{4}$.

5. L'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a) $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 1$;

b) $f'(1) = -\frac{3}{2}$;

c) $f'(1) = \frac{3}{2}$;

d) $f'\left(-\frac{3}{2}\right) = 1$.

6. On admet que $f'(-1) = -\frac{5}{2}$.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a) Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\frac{5}{2}$ est -1.

b) Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est $-\frac{5}{2}$.

c) Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\frac{5}{2}$ est 0.

d) Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 est $-\frac{5}{2}$.

7. La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{3}{2}$ passe par le point $A\left(2 ; \frac{9}{4}\right)$. Déterminer $f'\left(\frac{3}{2}\right)$.

54 ** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x + 2$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal.

1. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 3.

2. Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 2.

3. Déterminer l'image de 0 par f.

4. a) Développer $(x+4)(x-1)$.

b) En déduire les abscisses des points de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 6.

5. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-1{,}5$, sachant qu'elle est parallèle à l'axe des abscisses. Préciser la valeur de $f'(-1{,}5)$.

6. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$, sachant qu'elle passe par le point $A\left(\frac{1}{4} ; \frac{9}{4}\right)$. Préciser la valeur de $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

7. Exprimer $f'(x_A)$ en fonction de x_A.
Retrouver alors les résultats des questions 5. et 6.

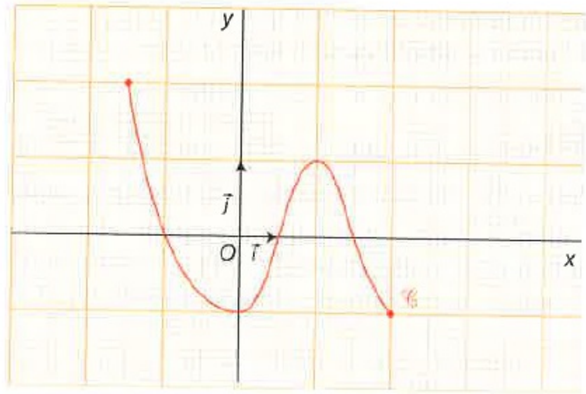
46 ** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 2$ et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal.

1. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1, sachant que cette tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -3x - 1$.
Préciser $f'(1)$.

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$ sachant que cette tangente est parallèle à l'axe des abscisses.
Préciser $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

3. Retrouver ces résultats après avoir déterminé le nombre dérivé de f en x_A.

48 ** Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-3 ; 4]$.



1. Dresser le tableau de variation de f sur $[-3 ; 4]$.

2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -1$.

3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.

4. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x dans $[-3 ; 4]$.
Présenter les résultats dans un tableau.

5. Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x dans $[-3 ; 4]$.
Présenter les résultats dans un tableau.