BTS CG 1ére Année	Fiche n°10 : Propositions et prédicats **Utiliser des prédicats**

1. Ce qu'il faut savoir :

A/ Prédicats

Définition

Un prédicat est un énoncé, à une ou plusieurs variables, et qui se transforme en proposition par ajout d'information sur la (les) variable(s). On le note souvent P(x), Q(x)….

$\boxed{\boxed{\text{Information}} + \boxed{\text{prédicat}}}$

Proposition

Exemple :

On considère une variable réelle x.

« $x + 6 = 10$ » est un prédicat car

- si $x = 4$, « $x + 6 = 10$ » est une proposition (Vraie)
- si $x \neq 4$, « $x + 6 = 10$ » est une proposition (Fausse)

B/ Quantificateurs

L'information sur la (les) variable(s) peut être quantifiée, en lien avec l'ensemble E auquel appartient la variable.

- **Quantificateur universel ∀.** Il se lit « Quel que soit » ou « pour tout »

Exemple

« $\forall\, x \in \mathbb{R}, x^2 + 3 > 0$ » est une proposition qui se lit « Quel que soit x appartenant à $\mathbb{R}$, on a $x^2 + 3 > 0$ »

- **Quantificateur existentiel ∃.** Il se lit « Il existe au moins un….tel que »

Exemple

« $\exists\, x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 = 0$ » est une proposition qui se lit « Il existe au moins un réel x tel que $x^2 - 1 = 0$ »

NEGATION des quantificateurs

Soit P(x) un prédicat

- La négation de la proposition « $\forall x, P(x)$ » est « $\exists x, \overline{P(x)}$ »
- La négation de la proposition « $\exists x, P(x)$ » est « $\forall x, \overline{P(x)}$ »

Pour prouver qu'une proposition, quantifiée par ∀, est fausse, on donne un contre-exemple.
Pour prouver qu'une proposition, quantifiée par ∃, est vraie, on donne un exemple.

2. **Comment utiliser les quantificateurs ?**

- **Une situation : énoncé de l'exercice**

1/ Soit la proposition P : « $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4$ »
Cette proposition est-elle vraie ou fausse ? déterminer la proposition $\overline{\mathrm{P}}$

2/ Soit la proposition P : « $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 4$ »
Cette proposition est-elle vraie ou fausse ? déterminer la proposition $\overline{\mathrm{P}}$

- **Méthode de résolution**

On utilise la méthode donnée dans le cours

EXERCICES

1/ Soit la proposition P : « $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ »
Cette proposition est-elle vraie ou fausse ? déterminer la proposition $\overline{\mathrm{P}}$

2/ Soit la proposition P : « $\exists x \in \mathbb{R}, x(x+2) > 4$ »
Cette proposition est-elle vraie ou fausse ? déterminer la proposition $\overline{\mathrm{P}}$

3/ Soit la proposition P : « $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x = 2y$ » et la proposition Q : « $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x = 2y$ »
Les propositions P et Q sont-elles vraies ou fausses ?

4/ Myriam et Alex sont conseillers de clientèle dans une banque. Les clients sont contactés suivant le montant de leur découvert et la durée de ce découvert.
Myriam est chargée de contacter les clients dont la situation bancaire vérifie au moins un des deux critères :

① le client a un découvert d'au moins 500 € durant moins de 2 jours ;
② le client a un découvert inférieur à 500 € durant 2 jours ou plus.

On note les propositions **A** : « le client a un découvert de 500 € ou plus »
et **B** : « le découvert dure 2 jours ou plus ».

1\. a) Écrire la négation de chaque proposition **A** et **B** .
b) Écrire le critère ① à l'aide des propositions **A** et **B** . De même pour le critère ② .
Construire la table de vérité de ① et celle de ② .
c) Les critères ① et ② peuvent-ils être vrais en même temps ? Donner la proposition, utilisant les connecteurs logiques, correspondant à la situation bancaire des clients à contacter.
2\. Si Alex contacte un client et que ce client a un découvert d'au moins 500 €, Alex confirme par un mail ; sinon, si son découvert est de 3 jours ou plus, Alex envoie un SMS ; sinon, il n'envoie rien.
a) Écrire l'algorithme correspondant.
b) Vincent a un découvert de 300 € depuis 3 jours : recevra-t-il un mail, un SMS ou rien du tout ?