1S - Devoir maison n°2 – rapport détaillé des copies.

Exercice 1 :

1. ►Notations : ne pas confondre a et A.

►Pour déterminer rapidement une équation de droite, que ce soit une équation réduite ou une équation cartésienne, le plus rapide est d'utiliser la relation de colinéarité (ou déterminant de 2 vecteurs) en caractérisant une droite comme étant un ensemble de points alignés.
Ainsi, la droite (AI) est formée de l'ensemble des points $M(x\,;y)$ du plan tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires. Il en est fini de la méthode $y = mx + p$!

2. ►Faire le lien entre les questions. Il est évident qu'il faut réinvestir le résultat de la question 1 pour répondre à la question 2.
►On rappelle que le centre de gravité d'un triangle est le **point de concours** des médianes.
►Tracer les 3 médianes et lire graphiquement les coordonnées du point d'intersection ne peut que servir à vérifier ce qui aura été démontré par le calcul.
►A quoi sert-il de déterminer une équation de la médiane issue de A si ce n'est pas pour s'en servir ???
►Vous avez bien compris que les médianes sont concourantes. Si on vous donne d'ailleurs l'idée de déterminer l'équation d'une première médiane, c'est pour que vous déterminiez l'équation de la médiane issue de B ou celle issue de C et que vous déterminiez par le calcul les coordonnées du point d'intersection de ces 2 droites.
►Ne pas affirmer de choses non prouvées telles $x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}$ même si c'est exact..

►Il ne me semble pas que la notion de barycentre vous soit déjà familière. Mais puisque cela semble vous intéresser, je vous en parle et vous devez à présent le connaître !

En mathématiques, le **barycentre** d'un ensemble fini de points du plan ou de l'espace est un point qui permet de réduire certaines combinaisons linéaires de vecteurs. Les coordonnées de ce barycentre dans un repère cartésien correspondent alors aux moyennes arithmétiques des coordonnées homologues de chacun des points considérés, éventuellement affectés des coefficients de pondération. Lorsque ces coefficients de pondération sont égaux, le barycentre est appelé **isobarycentre**, et généralise ainsi la notion de centre de gravité d'un triangle.

La notion de barycentre est utilisée en physique notamment pour déterminer le point d'équilibre d'un ensemble fini de masses ponctuelles.

Traduction mathématique :

Soit G le barycentre des points A ; B ; C ; D affectés respectivement des coefficients (poids) a ; b ; c ; d . On note $A(a);\ B(b);\ C(c);\ D(d)$.

Alors on a : $a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} + c\overrightarrow{GC} + d\overrightarrow{GD} = 0$ à connaître !

Il en résulte que pour tout point M du plan ou de l'espace, on a : $(a+b+c+d)\overrightarrow{MG} = a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC} + d\overrightarrow{MD}$

Ou encore : $\overrightarrow{MG} = \dfrac{a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}+d\overrightarrow{MD}}{a+b+c+d}$

Ou encore $\overrightarrow{GM} = \dfrac{a\overrightarrow{AM}+b\overrightarrow{BM}+c\overrightarrow{CM}+d\overrightarrow{DM}}{a+b+c+d}$

L'isobarycentre est le barycentre des points affectés d'un coefficient 1.
Le centre de gravité d'un triangle est l'isobarycentre des points *A*, *B*, *C*.

Exercice 2

4. ►Ne pas développer de façon scolaire : conservez une certaine efficacité de rédaction en privilégiant le développement en calcul mental.
► $(x-3)(x+1)=0$: Citer la règle du produit nul sans interrompre la chaîne d'équivalence. Voir corrigé
►Rappel DM1 : l'ensemble des solutions d'une équations n'est pas un intervalle.
►Revoir équation $X^2 = k,\ k>0$
$X^2 = k \Leftrightarrow X = \sqrt{k}\ ou\ X = -\sqrt{k}$

Exercice 3 : rédaction type

1. le minimum de *f* sur [– 5 ; 5] est -20 . Il est atteint pour $x = 2$

2. idem

3. Comparer 2 nombres c'est placer une relation d'ordre entre ces deux nombres
Rédaction type : – 1 et 1 sont deux réels de [– 5 ; 2] tels que – 1 < 1.
Or f est décroissante sur cet intervalle donc elle change l'ordre. On a donc $f(-1) > f(1)$

4. ►**Rappel DM1 :** entre [– 5 ; 2] ne veut rien dire !! cela se lit, littéralement, entre l'intervalle. On n'est pas entre un intervalle mais DANS un intervalle.

►**Rappel : fonction monotone ; fonction non monotone.**
On ne peut passer aux images dans une inégalité que sur un intervalle sur lequel la fonction est monotone. (c'est-à-dire strictement croissante, ou strictement croissante sur l'intervalle)

Soit *f* une fonction définie sur un intervalle *I* contenant 2 réels *a* et *b* .
Si <u>*f* est croissante sur [*a* ;*b*]</u> alors,
si x_1 et x_2 sont 2 réels de [*a* ;*b*] tels que $a < x_1 < x_2 < b$
alors $f(a) < f(x_1) < f(x_2) < f(b)$: on passe aux images dans l'inégalité en conservant l'ordre
Si <u>*f* est décroissante sur [*a* ;*b*]</u> alors,
si x_1 et x_2 sont 2 réels de [*a* ;*b*] tels que $a < x_1 < x_2 < b$
alors $f(a) > f(x_1) > f(x_2) > f(b)$: on passe aux images dans l'inégalité en changeant l'ordre

Dans l'exercice, on a 0 < 4 mais f n'est pas monotone sur [0 ;4] on ne peut donc pas passer aux images dans l'inégalité pour comparer $f(0)$ et $f(4)$

Devoir maison n°2 – correction détaillée, à appliquer rigoureusement

Exercice 1

$A(-3;-1)$

$I(-1;5)$

1. Soit $I = m[BC]$ $\quad I\left(\dfrac{x_B+x_C}{2}; \dfrac{y_B+y_C}{2}\right)$

$\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ dirige (AM)

$M(x;y) \in (AM) \iff \overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+3\\y+1\end{pmatrix}$ sont colinéaires

$\iff 2(y+1) = 6(x+3)$

$\iff 6x - 2y + 16 = 0$ Equation cartésienne de la médiane issue de A.

2. Dans un triangle, le centre de gravité est le point de concours des médianes.
Déterminons une équation cartésienne de la médiane issue de B.
Notons $\mathcal{D}$ la médiane issue de B.
Soit $J = m[AC]$ $\quad J(-4;3)$.

$\overrightarrow{BJ}\begin{pmatrix}-7\\0\end{pmatrix}$ dirige $\mathcal{D}$ donc $\mathcal{D}$ est parallèle à l'axe des abscisses.

$\mathcal{D} : y = 3$.

Les coordonnées de G vérifient le système : $\begin{cases} y = 3 \\ 6x - 2y + 16 = 0 \end{cases}$

on a donc $6x + 10 = 0 \iff x = -\frac{5}{3}$ et $y = 3$ $\quad G(-5/3; 3)$

Autre méthode (méthode ++) Prends de l'avance sur le programme de spé

COURS

Le centre de gravité est aussi appelé isobarycentre du triangle, c'est à dire barycentre affecté des mêmes poids (préfixe iso = même) pour chaque sommet : $A(1)$ $B(1)$ $C(1)$.

$A(-3;-1)$, $B(3;3)$ et $C(-5;7)$

On a donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ $\qquad$ Posons $G(x;y)$

alors $\overrightarrow{GA}\begin{pmatrix}-3-x\\-1-y\end{pmatrix} + \overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}3-x\\3-y\end{pmatrix} + \overrightarrow{GC}\begin{pmatrix}-5-x\\7-y\end{pmatrix} = \vec{0}$

$$\iff \begin{cases} -3-x+3-x-5-x = 0 \\ -1-y+3-y+7-y = 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 3x = -5 \\ 3y = 9 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = 3 \end{cases}$$

Cette méthode à connaître n'est pas dans l'esprit de l'exercice puisqu'elle n'exploite pas le résultat obtenu à la question précédente. Elle permet pourtant de ne pas traiter la question 1

Exercice 2

1. Il y a 3 identités remarquables :

(1) carré d'une somme : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(2) carré d'une différence : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(3) différence de 2 carrés : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

2.
$$A = (x-3)(2x-7) = 2x^2 - 7x - 6x + 21 = 2x^2 - 13x + 21$$
$$B = (3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$
$$C = (2x-5)(2x+5) = 4x^2 - 25$$

3.
$$A = x^2 - 2x = x(x-2)$$
$$B = 9x^2 - 25 = (3x-5)(3x+5)$$

4. a) $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4$ ou $x = -4$

b) $(x-3)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $x + 1 = 0$ d'après la règle du produit nul *(il faut l'écrire)*

$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -1$

$\mathcal{S} = \{-1;3\}$

Exercice 3

1. $\min\limits_{[-5;5]} f = -20$ pour $x = 2$

2. $\max\limits_{[-5;5]} f = 15$ pour $x = -5$

3. -1 et 1 sont deux réel de $[-5;2]$ tels que $-1 < 1$

Or f est décroissante sur $[-5;2]$ donc elle change l'ordre sur cet intervalle.

On a donc $f(-1) > f(1)$

4. f n'est pas monotone sur $[0;4]$ donc on ne peut pas comparer $f(0)$ et $f(4)$