

Remarques préliminaires :

Je reçois encore des documents de qualité inacceptable :

- j'ai précisé que je n'acceptais pas les jpeg, un élève envoie encore une vague photo.
- 2 fichiers n'ont pu être ouverts : vous avez en charge 1 copie, j'en reçois par centaines ! vérifiez votre envoi !
- Je reçois encore des documents à l'envers, avec les pages dans le désordre, ou illisibles : 5^{ème} compte-rendu de DM, toujours les mêmes remarques.
- Réservez un cartouche pour les remarques
- La conjonction de coordination **CAR** est strictement interdite
- \Leftrightarrow signifie « si et seulement si »
- $=$ signifie « est égal à »
- Il ne s'agit pas de recopier les corrigés précédents avec les remarques, mais de rédiger un devoir. Les remarques informatives sont inutiles ! Recopiez intelligemment...

Exercice 1 :

1. ► a) Rédiger correctement : définir la médiatrice comme l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment, et non recopier basiquement la remarque du précédent DM.
Soit d la médiatrice de $[BC]$
 $M(x; y) \in d \Leftrightarrow MB^2 = MC^2$
- b) Il faut faire le lien avec la question précédente ! la hauteur est parallèle à la médiatrice !!! On a $\delta' // d$. Or l'équation cartésienne de d a été déterminée à la question précédente. Il n'y a qu'à déterminer l'ordonnée à l'origine de δ'
2. ► Il faut faire le lien avec la question précédente ! on applique la même méthode. C'est-à-dire qu'on détermine l'équation cartésienne de la médiatrice de $[AC]$, on en déduit l'équation cartésienne de Δ la hauteur issue de B .
3. ► L'orthocentre est le point de concours des hauteurs. C'est donc le point d'intersection de Δ et δ' . Ses coordonnées vérifient un système. Vérifier votre résultat graphiquement !

Laissez un temps de côté la méthode très lourde $y = mx + p$ au profit de la condition de colinéarité entre 2 vecteurs. (déjà dit dans le rapport précédent)
Le produit scalaire n'a pas été étudié. Stop aux méthodes hors cours ! Utilisez les rapports des précédents DM. Ce sont des DM de remise en route, niveau seconde.
De même, en seconde, aucune propriété sur le coefficient directeur de 2 droites perpendiculaires n'a été vue.

Exercice 2

1. ► Pour développer $(-5-x)^2$ on se souvient qu'un nombre et son opposé ont même carré : $X^2 = (-X)^2$ donc $(-5-x)^2 = (x+5)^2$
2. ► Rédiger correctement ! voir corrigé

Attention aux absurdités du style, le minimum de AM^2 est -2 . Il est ATTEINT pour $x = -2$. Il ne vaut pas $2 - 2$!! un carré ne peut être négatif, réfléchissez SVP !!

Attention aux calculs !

EXERCICE 1

$A(6;5)$ $M(x;y)$ est un point quelconque du plan.

$B(-1;6)$

$C(2;-3)$

1 a) $M(x;y) \in d \Leftrightarrow MB^2 = MC^2$ avec $\vec{BM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-6 \end{pmatrix}$ $\vec{CM} \begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-6)^2 = (x-2)^2 + (y+3)^2$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 - 12y+36 = -4x+4 + 6y+9$$

$$\Leftrightarrow 6x - 18y + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3y + 4 = 0 \quad \text{Equation cartésienne de } d.$$

b. d' est la parallèle à d passant par A .

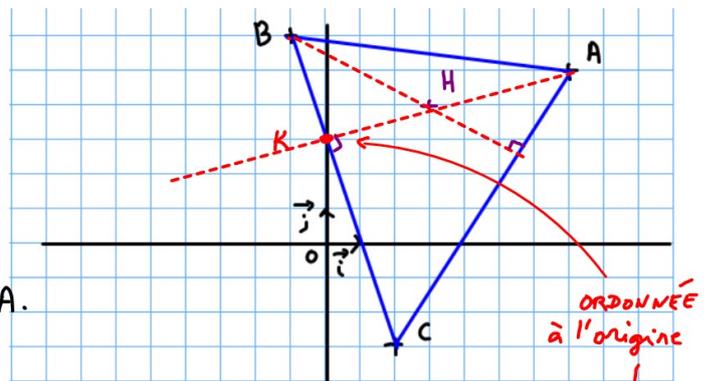
L'équation cartésienne de d' est donc

de la forme $x - 3y + c = 0$

Déterminons c à l'aide des coordonnées de A .

$$x_A - 3y_A + c = 0 \Leftrightarrow 6 - 3 \times 5 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = 9$$



$d': x - 3y + 9 = 0$; $y = \frac{1}{3}x + 3$

2. Même démarche qu'à la question 1. Soit δ la médiatrice de $[AC]$.

$M(x;y) \in \delta \Leftrightarrow AM^2 = CM^2$ avec $\vec{AM} \begin{pmatrix} x-6 \\ y-5 \end{pmatrix}$ $\vec{CM} \begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow (x-6)^2 + (y-5)^2 = (x-2)^2 + (y+3)^2$$

$$\Leftrightarrow -12x + 36 - 10y + 25 = -4x + 4 + 6y + 9$$

$$\Leftrightarrow 8x + 16y - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 6 = 0 \quad \text{Equation cartésienne de } \delta$$

Δ est la parallèle à δ passant par B .

Δ admet donc une équation cartésienne de la forme $x + 2y + c = 0$

Déterminons c à l'aide des coordonnées de B .

$$x_B + 2y_B + c = 0$$

$$\Leftrightarrow -1 + 2 \times 6 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = -11$$

$\Delta : x + 2y - 11 = 0$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

3. L'orthocentre est le point de concours des hauteurs.

Les coordonnées de H vérifient le système $\begin{cases} x - 3y = -9 & L_1 \\ x + 2y = 11 & L_2 \end{cases}$

$(L_2) - (L_1) : 5y = 20$ d'où $y = 4$

insérons ce résultat dans $(L_2) : x = 11 - 2y$ d'où $x = 11 - 8 = 3$ $H(3;4)$

Vérifions avec $(L_1) : 3 - 3 \times 4 = 3 - 12 = -9 \checkmark$

EXERCICE 2

$$A(-5; 7) \quad M(x; y) \in \mathcal{D} \Leftrightarrow y = -3x + 2$$

$$1. a) \quad \vec{AM} \begin{pmatrix} x+5 \\ y-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+5 \\ -3x+2-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+5 \\ -3x-5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} AM^2 = \|\vec{AM}\|^2 &= (x+5)^2 + (-3x-5)^2 \\ &= (x+5)^2 + (3x+5)^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{un nombre et son opposé ont le même} \\ \text{carré} \end{array} \right\} \\ &= x^2 + 10x + 25 + 9x^2 + 30x + 25 \\ &= 10x^2 + 40x + 50 \end{aligned}$$

b) $AM^2 = f(x)$. La fonction f est une fonction polynôme du second degré et $f(x)$ est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a=10$; $b=40$; $c=50$
 $a > 0$ donc f est une parabole tournée vers le haut 
 f admet un minimum atteint pour $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{40}{20} = -2$

cours sur le second degré !!

AM^2 est minimale pour $x = -2$

$$AM^2 = f(-2) = 10(-2)^2 + 40(-2) + 50 = 10$$

$$d = AM = \sqrt{10}$$

2. pour $x = -2$ on a $y = -3(-2) + 2 = 8$

En $M(-2; 8)$ la distance AM est minimale et vaut $\sqrt{10}$.