1ère S : chap2/contrôle n°1   nom : correction

1- Donner en détail et en les nommant les différentes formes d'un polynôme du second degré.

a) forme développée : $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b, c 3 réels et $a \neq 0$

b) forme canonique : $P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}; \beta = P(\alpha)$

c) forme factorisée : $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec x_1 et x_2 les racines, si elles existent

d) $P(x) = a\left(x^2 - sx + p\right)$ avec $s = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $p = x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$

2- Développer et réduire les expressions suivantes :

a- $A(x) = (x-2)(x+3)$ x_1 = 2 et x_2 = − 3 donc $s = -1$ et $p = -6$

$= x^2 + x - 6$

b- $B(x) = -3(x+1)(x-2)$ $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$ donc $s = 1$ et $p = -2$

$= -3(x^2 - x - 2)$

$= -3x^2 + 3x + 6$

c- $C(x) = 2(x+1)^2 - 5$ Identité remarquable 1 : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= 2(x^2 + 2x + 1) - 5$

$= 2x^2 + 4x + 2 - 5$

$= 2x^2 + 4x - 3$

d- $D(x) = 3[(x-1)^2 + 2]$ Identité remarquable 1 : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 3[(x^2 - 2x + 1) + 2]$

$= 3[x^2 - 2x + 3]$

$= 3x^2 - 6x + 9$

3- Donner la forme canonique de $P(x) = 2x^2 - 12x + 24$

Posons $a = 2; b = -12; c = 24$ et $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{12}{4} = 3$; $\beta = P(\alpha) = P(3) = 2\times(3)^2 - 12\times 3 + 24 = 6$

Alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{P(x) = 2(x-3)^2 + 6}$

4- Dresser en le justifiant le tableau de variations sur $\mathbb{R}$ de $Q : x \mapsto 3x^2 + 7x - 1$

Posons $a = 3; b = 7; c = -1$ et $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{7}{6}$; $\beta = Q(\alpha) = Q\left(-\dfrac{7}{6}\right) = 3\times\left(\dfrac{49}{36}\right) - \dfrac{49}{6} - \dfrac{12}{12} = -\dfrac{61}{12}$

$a > 0$ donc Q admet un minimum : le minimum est atteint en $\alpha = -\dfrac{7}{6}$ et vaut $\beta = -\dfrac{61}{12}$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{6}$	$+\infty$
$Q(x)$	$+\infty$ ↘	$-\frac{61}{12}$	↗ $+\infty$

5- $P(x) = -2x^2 + 5x + 7$.

a- Déterminer une racine évidente de $P(x)$: $P(-1) = 0$ donc x_1 = − 1 est racine évidente.

b- En déduire la forme factorisée de $P(x)$: le produit des racines vaut $\dfrac{7}{-2}$ donc $x_2 = \dfrac{7}{2}$ est racine de $P(x)$: pour tout $x \in \mathbb{R}$, $P(x) = -2(x+1)\left(x - \dfrac{7}{2}\right) = (x+1)(-2x+7)$