1ère S : chap2/contrôle n°1 — nom : correction

EXERCICE 1

1- $P(x) = (2x-3)^2 + 4$

Pour tout réel x, on a : $(2x-3)^2 \geq 0$ donc $(2x-3)^2 + 4 \geq 0 + 4$

Il en résulte que $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) \geq 4$ or $P\left(\dfrac{3}{2}\right) = 4$

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) \geq P\left(\dfrac{3}{2}\right)}$$

2- $f(x) = x^2 + 3x + 1$

$f(x)$ n'admet pas de racine évidente.

Le discriminant de $f(x) = x^2 + 3x + 1$ est $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5$

Les racines de $f(x)$ sont donc $x_1 = \dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

$f(x)$ est positif à l'extérieur de ses racines. D'où le tableau de signes

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

EXERCICE 2

1- Pour tout réel x, $(x+1)^2 - 4 = x^2 + 2x + 1 - 4$
$= x^2 + 2x - 3$
$= A(x)$

2- Pour tout réel x, $(x+3)(x-1) = x^2 - x + 3x - 3$
$= x^2 + 2x - 3$
$= A(x)$

3- On utilise la forme factorisée afin d'appliquer la règle du produit nul.

$A(x) = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) = 0$
$\Leftrightarrow x+3 = 0$ ou $x-1 = 0$
$\Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 1$

4- On utilise la forme développée afin de supprimer le terme -3 membre à membre et se ramener ainsi à un second membre nul. Le premier membre est facile à factoriser.

$A(x) \leq -3$
$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq -3$
$\Leftrightarrow x^2 + 2x \leq 0$
$\Leftrightarrow x(x+2) \leq 0$ or les racines de $x(x+2)$ sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 0$

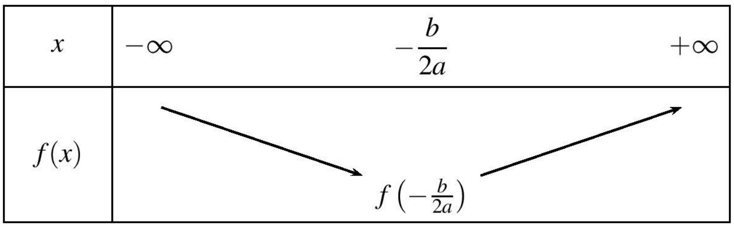
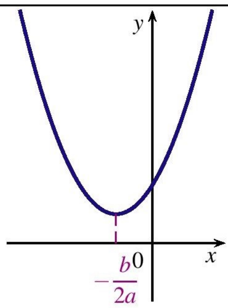
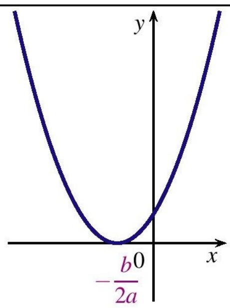
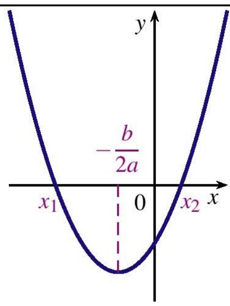
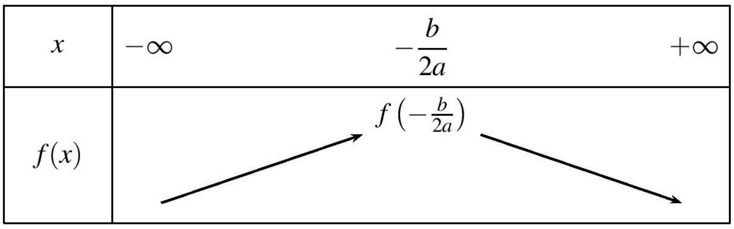
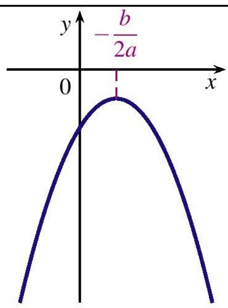
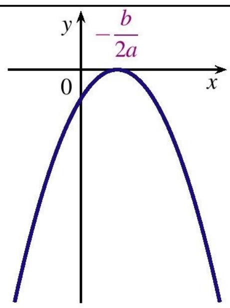
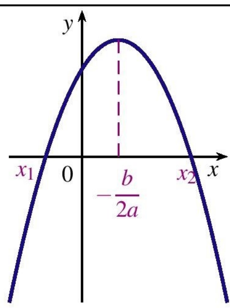
Le trinôme $x(x+2)$ est négatif ou nul à l'intérieur de ses racines.

$A(x) \leq -3 \Leftrightarrow x \in [-2; 0]$

EXERCICE 3

RÉCAPITULATIF

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ avec } a \neq 0$$

Discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$		$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a > 0$	Variations			
	Courbe			
	Solutions de $ax^2+bx+c=0$	Pas de solution	Une solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	Deux solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
	Signe de ax^2+bx+c	Strictement positif sur $\mathbb{R}$	Positif sur $\mathbb{R}$	Positif sur $]-\infty;x_1] \cup [x_2;+\infty[$ Négatif sur $[x_1;x_2]$
$a < 0$	Variations			
	Courbe			
	Solutions de $ax^2+bx+c=0$	Pas de solution	Une solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	Deux solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
	Signe de ax^2+bx+c	Strictement négatif sur $\mathbb{R}$	Négatif sur $\mathbb{R}$	Négatif sur $]-\infty;x_1] \cup [x_2;+\infty[$ Positif sur $[x_1;x_2]$