

# 1S - Devoir de mathématiques n°1 (2heures)

*La calculatrice en mode examen est autorisée*

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies*

EXERCICE 1 :

**2 points**

Soit  $(U_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$  telle que  $U_0 = -175$ .

Déterminer  $r$  et l'entier  $n$  tel que  $U_n = 35$  et  $U_0 + U_1 + \dots + U_n = -2170$

EXERCICE 2 :

**3 points**

$(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

$(V_n)$  est une suite arithmétique de raison 2.

$(U_n)$  et  $(V_n)$  vérifient :  $U_0 = V_0 = \alpha$  et  $\sum_{i=0}^9 U_i = \sum_{i=0}^9 V_i$

1. Calculer  $S = \sum_{i=0}^9 U_i$  en fonction de  $\alpha$ .
2. Calculer  $S' = \sum_{i=0}^9 V_i$  en fonction de  $\alpha$ .
3. En déduire  $\alpha$ .

EXERCICE 3 :

**5 points**

Soit  $(U_n)$  la suite telle que 
$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 3 \end{cases}$$

1. Faire un schéma illustrant la formation des premiers termes de  $(U_n)$  (unités 1cm ou 1 carreau)
2. Montrer que  $(U_n)$  est minorée par  $-6$
3. Donner le sens de variation de  $(U_n)$ .
4. Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = 5\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$ .
5. On pose  $\forall n \in \mathbb{N}, S_n = \sum_{i=0}^n U_i$ 
  - a. Calculer  $S_n$
  - b. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

**EXERCICE 4 :****4 points**

1. Dans un repère orthonormé, on donne 3 points  $A(-3;4)$   $B(6;1)$   $C(-3;-2)$ .  
Calculer les coordonnées du point  $\Omega$  centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .
2. Donner le tableau de signes de  $A(x) = (x+3)(6-x)$

**EXERCICE 5 :****6 points**

Les parents de Paul et Catherine ont hérité d'une somme de 5 000 € qu'ils offrent en deux parties égales à leurs enfants : chacun reçoit 2 500 €.

Paul place la totalité de sa part sur un livret « A » au taux de 2% par an à intérêts composés.

Carine place 1400 euros sur un livret « B » à 3,5% par an à intérêts composés et garde le reste dans sa tirelire.

On suppose que les deux enfants ne font plus désormais ni retrait ni versement.

*Les résultats seront donnés au centime d'euro près.*

1. On note  $S_n$  le capital acquis de Paul au bout de  $n$  années.
  - a. Calculer  $S_1, S_2$  et  $S_3$ .
  - b. Montrer que  $(S_n)$  est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.
  - c. Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
2. On note  $T_n$  le capital acquis de Carine au bout de  $n$  années.
  - a. Calculer  $T_1, T_2$  et  $T_3$ .
  - b. La suite  $(T_n)$  est-elle géométrique ?
  - c. Exprimer  $T_n$  en fonction de  $n$ .
3. Qui de Paul ou Carine fait le meilleur placement ?

**BONUS :****1,5 point**

Calculer

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n}$
2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - n$