

2 Proportions



Proportion des rieurs : $\frac{19}{37} \approx 51,35\%$.

1 Proportions dans une population..... 28

Comment calculer une proportion ?
Comment calculer l'effectif d'une population à partir d'une proportion ?

2 Proportions et réunion 30

Comment calculer la proportion de la réunion de deux sous-populations ?

3 Proportions et inclusions successives 32

Comment, dans une situation de deux inclusions successives, calculer une proportion connaissant les deux autres ?

1 Proportions dans une population

Activité Discussion dans un lycée

L'an passé, 29 élèves de terminale 1 et 26 élèves de terminale 2 ont eu le baccalauréat.
 « – La classe de terminale 1 a obtenu de meilleurs résultats que la classe de terminale 2 !
 – Je ne suis pas d'accord ! La terminale 1 présentait 35 élèves à l'examen alors que la terminale 2 n'en présentait que 31 ! »
 Commenter ces affirmations, après avoir calculé les proportions d'élèves ayant réussi dans chacune des deux classes.

COURS

1 Proportion d'une sous-population dans une population

Exemples de populations : l'ensemble des élèves d'un lycée ; l'ensemble des lettres de l'alphabet ; l'ensemble des livres de classe d'un élève.

- Les éléments qui constituent une **population** sont les **individus** de cette population. Le nombre d'individus est appelé **l'effectif** de la population. Une **sous-population** d'une population E est une population dont tous les individus sont aussi des individus de la population E .
- La **proportion** (ou **fréquence**) **d'une sous-population A dans une population E** (ou proportion des individus de A parmi les individus de E) est le nombre $\frac{n_A}{n_E}$, où n_A est l'effectif de A et n_E l'effectif de E .

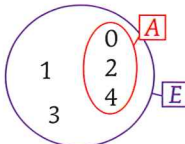
La population E est la **population de référence**.
 Une proportion est un nombre réel compris entre 0 et 1 (puisque $0 \leq n_A \leq n_E$).

Exemple :

Les nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 4 constituent une population E dont l'effectif est $n_E = 5$; la population A des nombres pairs inférieurs ou égaux à 4 est une sous-population de E dont l'effectif est $n_A = 3$.

La proportion de A dans E est $\frac{n_A}{n_E} = \frac{3}{5}$.

La proportion $\frac{3}{5}$ peut s'écrire 0,6 ou encore 60 %, puisque $\frac{3}{5} = 0,6 = \frac{60}{100} = 60 \%$.



2 Comparaisons d'effectifs, de proportions

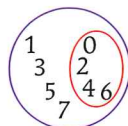
Pour des populations de référence différentes, les effectifs et les proportions ne sont pas forcément rangés dans le même ordre.

Exemple :

On a vu que la proportion des 3 nombres pairs parmi les 5 nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 4 est $\frac{3}{5} = 0,6$.

La proportion des nombres pairs parmi les 8 entiers naturels inférieurs ou égaux à 7 est $\frac{4}{8} = 0,5$: il y a en effet 4 nombres pairs (0, 2, 4 et 6).

Les populations de référence sont différentes ; on constate que les effectifs et les proportions des sous-populations ne sont pas rangés dans le même ordre : en effet, $3 < 4$ mais $0,6 > 0,5$.



BON À SAVOIR

Une population E est un ensemble d'individus et une sous-population A de E est un sous-ensemble (c'est-à-dire une partie) de E : $A \subset E$ (A est inclus dans E).
 → Voir Lexique p. 206.

BON À SAVOIR

La proportion d'une population E dans elle-même est égale à $\frac{n_E}{n_E} = 1$.

BON À SAVOIR

Dans une même population de référence, les effectifs et les proportions de deux sous-populations sont rangés dans le même ordre.

Exercice résolu 1 Comment calculer une proportion ?

Dans une classe de première de 35 élèves, 9 élèves font du ski.
 Calculer la proportion, notée p , d'élèves de la classe qui font du ski. Écrire p sous forme d'une fraction, puis donner sa valeur décimale arrondie à 10^{-3} près ; en déduire une valeur approchée de p écrite sous forme de pourcentage.

SOLUTION

La population de référence E est la classe de première et $n_E = 35$.

La sous-population A est l'ensemble des élèves qui font du ski et $n_A = 9$.

La proportion d'élèves de la classe qui font du ski est $p = \frac{n_A}{n_E} = \frac{9}{35}$.

La calculatrice donne $\frac{9}{35} = 0,25714\dots$, donc la valeur décimale arrondie à 10^{-3} près de p est 0,257 ; ainsi, à 10^{-3} près, $p \approx 0,257$. Or $0,257 = \frac{25,7}{100}$, donc $p \approx 25,7 \%$.

MÉTHODE 1

Pour calculer la proportion d'une sous-population A dans une population E :

1. On identifie de façon précise la population de référence E et la sous-population A , ainsi que leurs effectifs n_E et n_A .
2. On calcule $p = \frac{n_A}{n_E}$ et on écrit le résultat sous la forme demandée (fraction ou valeur décimale ou pourcentage).

Exercice résolu 2 Comment calculer l'effectif d'une population à partir d'une proportion ?

1. Dans un petit port, les cinq-sixièmes des 720 habitants vivent de la pêche. Combien d'habitants vivent de la pêche ?
2. Dans un village voisin, 697 habitants vivent de l'agriculture, ce qui représente 82 % de la population. Combien y a-t-il d'habitants dans le village ?

SOLUTION

1. La population de référence E est la population du port, d'effectif $n_E = 720$.

La sous-population A est constituée des habitants vivant de la pêche.

La proportion d'habitants vivant de la pêche est $\frac{n_A}{n_E} = \frac{5}{6}$.

Ainsi $\frac{n_A}{720} = \frac{5}{6}$, donc $n_A = \frac{5}{6} \times 720 = 600$.

Conclusion : 600 habitants du port vivent de la pêche.

2. La population de référence E est la population du village et la sous-population A est constituée des habitants vivant de l'agriculture, d'effectif $n_A = 697$.

La proportion d'habitants vivant de l'agriculture est égale à $\frac{n_A}{n_E} = 82\% = 0,82$.

Ainsi $0,82 = \frac{697}{n_E}$, donc $0,82 \times n_E = 697$, c'est-à-dire $n_E = \frac{697}{0,82} = 850$.

Conclusion : le village compte 850 habitants.

MÉTHODE 2

Pour calculer l'effectif d'une population à partir d'une proportion :

1. On identifie de façon précise la population de référence E et la sous-population A .
2. Pour calculer n_A connaissant p et n_E (ou pour calculer n_E connaissant p et n_A) on utilise l'égalité $p = \frac{n_A}{n_E}$.

CONSEIL

Si la proportion est écrite sous forme de pourcentage, utiliser son écriture sous forme de valeur décimale pour effectuer les calculs.

Applications

Application 1 (VOIR EXERCICE RÉSOLU 1)

Sur les 15 joueurs d'une équipe de rugby jouant un samedi, 4 ont moins de 20 ans. Calculer la proportion de joueurs de l'équipe qui ont moins de 20 ans ; donner la valeur décimale arrondie à 10^{-2} près du résultat.

Application 2 (VOIR EXERCICE RÉSOLU 2)

Un club de football compte 36 joueurs « débutants ». Calculer le nombre total de joueurs du club, sachant que les « débutants » représentent 28,8 % de l'effectif total.

→ VOIR EXERCICES 1 À 11, PP. 35 ET 36

Activité Informatique et télévision

Sur 1 000 personnes interrogées, 420 ont déclaré posséder un ordinateur et 730 ont déclaré posséder un téléviseur ; parmi elles, 345 possèdent les deux. Le tableau suivant indique tous les résultats de ce sondage.

	Ont un ordinateur	N'ont pas d'ordinateur	Total
Ont un téléviseur	345	385	730
N'ont pas de téléviseur	75	195	270
Total	420	580	1 000

On désigne par :

- E la population des personnes ayant répondu au sondage et n_E son effectif ;
- A la sous-population des personnes qui possèdent un ordinateur et n_A son effectif ;
- B la sous-population des personnes qui possèdent un téléviseur et n_B son effectif ;
- $A \cap B$ la sous-population des personnes qui possèdent un ordinateur et un téléviseur, et $n_{A \cap B}$ son effectif ;
- $A \cup B$ la sous-population des personnes qui possèdent un ordinateur ou un téléviseur (c'est-à-dire qui possèdent l'un au moins des appareils), et $n_{A \cup B}$ son effectif.

- Utiliser le tableau pour calculer le nombre de personnes qui possèdent un ordinateur ou un téléviseur ; en déduire une égalité reliant $n_{A \cup B}$ à n_A , n_B et $n_{A \cap B}$.
- On note p_A , p_B , $p_{A \cap B}$ et $p_{A \cup B}$ les proportions des sous-populations A , B , $A \cap B$, et $A \cup B$ dans la population E . Calculer ces proportions ; en déduire une égalité reliant $p_{A \cup B}$ à p_A , p_B et $p_{A \cap B}$.

CONSEIL

Vous voulez des précisions sur \cap et \cup ?
→ Voir Lexique p. 207.

Cours

1 Proportion, réunion et intersection

On considère deux sous-populations A et B d'une même population E .

$A \cap B$ est la sous-population des individus qui appartiennent à la sous-population A **et** à la sous-population B . ($A \cap B$ est l'**intersection** de A et de B .)

$A \cup B$ est la sous-population des individus qui appartiennent à la sous-population A **ou** à la sous-population B (c'est-à-dire qui appartiennent à l'une au moins des deux sous-populations). ($A \cup B$ est la **réunion** de A et de B .)

On note n_A , n_B , $n_{A \cap B}$, $n_{A \cup B}$ les effectifs et p_A , p_B , $p_{A \cap B}$, $p_{A \cup B}$ les proportions des sous-populations A , B , $A \cap B$ et $A \cup B$ dans la population E .

À partir de l'égalité $n_{A \cup B} = n_A + n_B - n_{A \cap B}$ (qui se conçoit bien en examinant la figure ci-contre, on « compte deux fois les individus de $A \cap B$ »), on obtient

$$\frac{n_{A \cup B}}{n_E} = \frac{n_A}{n_E} + \frac{n_B}{n_E} - \frac{n_{A \cap B}}{n_E}, \text{ c'est-à-dire :}$$

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}.$$

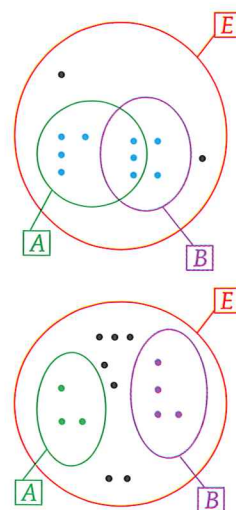
2 Sous-populations disjointes

Deux sous-populations A et B d'une même population E sont **disjointes** lorsqu'elles n'ont aucun individu en commun : $A \cap B = \emptyset$, c'est-à-dire $n_{A \cap B} = 0$.

Ainsi, $p_{A \cap B} = 0$, d'où $p_{A \cup B} = p_A + p_B$.

BON À SAVOIR

En mathématiques, « et » et « ou » ont toujours les significations suivantes : « et » correspond à « les deux » et « ou » à « l'un, l'autre ou les deux ».
→ Voir Lexique p. 209.



Exercice résolu 3 Comment calculer la proportion de la réunion de deux sous-populations ?

À la suite de plaintes de consommateurs, un fabricant d'appareils ménagers inspecte les 500 derniers appareils qui viennent d'être fabriqués. Il constate que 25 ont un défaut a , 19 ont un défaut b et 12 ont un défaut c . Parmi ces appareils défectueux 5 ont à la fois les défauts a et b , les autres n'ont qu'un seul défaut.

- Déterminer la proportion d'appareils inspectés ayant le défaut a ou le défaut b .
- Déterminer la proportion d'appareils inspectés ayant le défaut b ou le défaut c .

SOLUTION

On note E la population des 500 appareils inspectés.

On note A , B et C les sous-populations d'appareils ayant respectivement les défauts a , b et c .

1. La sous-population des appareils ayant le défaut a et le défaut b est $A \cap B$.

$$\text{D'après l'énoncé, } p_A = \frac{25}{500}, p_B = \frac{19}{500} \text{ et } p_{A \cap B} = \frac{5}{500}.$$

La sous-population des appareils ayant le défaut a ou le défaut b est $A \cup B$;

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B} = \frac{25}{500} + \frac{19}{500} - \frac{5}{500} = \frac{39}{500} = 0,078.$$

Conclusion : la proportion d'appareils examinés ayant le défaut a ou le défaut b est égale à 0,078.

2. Il n'y a pas d'appareil ayant le défaut b et le défaut c , donc la sous-population des appareils ayant le défaut b et le défaut c a un effectif égal à 0 (B et C sont disjointes).

$$\text{On a } p_B = \frac{19}{500}, p_C = \frac{12}{500} \text{ et } p_{B \cap C} = 0;$$

$$p_{B \cup C} = p_B + p_C = \frac{19}{500} + \frac{12}{500} = \frac{31}{500} = 0,062.$$

Conclusion : la proportion d'appareils examinés ayant le défaut b ou le défaut c est égale à 0,062.

MÉTHODE 3

Pour calculer la proportion de la réunion de deux sous-populations :

- On détermine les proportions de chacune des deux sous-populations et celle de leur intersection.
- On applique l'égalité

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

(qui devient $p_{A \cup B} = p_A + p_B$ dans le cas où les deux sous-populations sont disjointes).

Application

Application (VOIR EXERCICE RÉSOLU 3)

1. Un club sportif propose plusieurs activités, entre autres le judo et le yoga. Parmi les 90 membres du club, 25 pratiquent le judo, 31 pratiquent le yoga et 7 pratiquent les deux. Calculer la proportion des membres du club qui pratiquent le judo ou le yoga.

2. Dans ce même club, 10 membres pratiquent le tir à l'arc, mais ne pratiquent pas le judo. Calculer la proportion des membres du club qui pratiquent le judo ou le tir à l'arc.

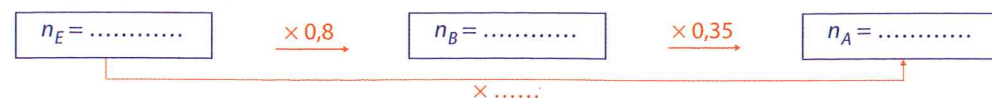
→ VOIR EXERCICES 16 À 21, P.36

3 Proportions et inclusions successives

Activité Répartition des générations

Dans cette activité, « la population des 0-60 ans » signifie « la population des personnes qui ont 60 ans ou moins ».

1. Dans un village de 350 habitants, la proportion de la sous-population des 0-60 ans est $p' = 0,8$. Calculer le nombre d'habitants qui sont dans la tranche d'âge 0-60 ans.
2. La proportion de la population des 0-19 ans dans la population des 0-60 ans est $p = 0,35$. Calculer le nombre d'habitants qui sont dans la tranche d'âge 0-19 ans.
3. Calculer la proportion P de la sous-population des 0-19 ans dans la population du village. Vérifier que $P = pp'$.
4. On note E la population du village, B la sous-population des 0-60 ans, A la sous-population des 0-19 ans et n_E, n_B, n_A leurs effectifs respectifs. Recopier, puis compléter le schéma suivant :



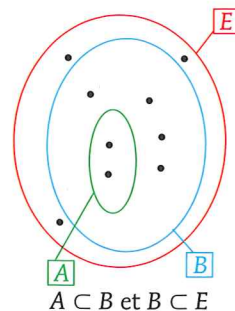
Cours

A, B et E sont des populations : A est une sous-population de B ,
 B est une sous-population de E .

Les proportions p de A dans B et p' de B dans E sont : $p = \frac{n_A}{n_B}$ et $p' = \frac{n_B}{n_E}$.

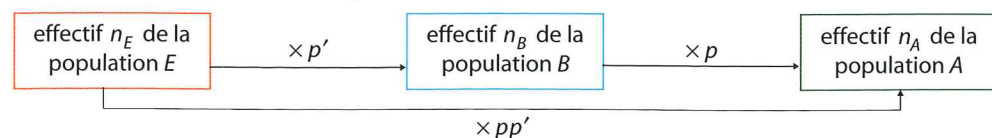
Ces égalités peuvent s'écrire $n_A = pn_B$ et $n_B = p'n_E$.

En remplaçant n_B par $p'n_E$ dans l'égalité $n_A = pn_B$, on obtient $n_A = pp'n_E$, c'est-à-dire $pp' = \frac{n_A}{n_E}$, qui est la proportion de A dans E . Ainsi :

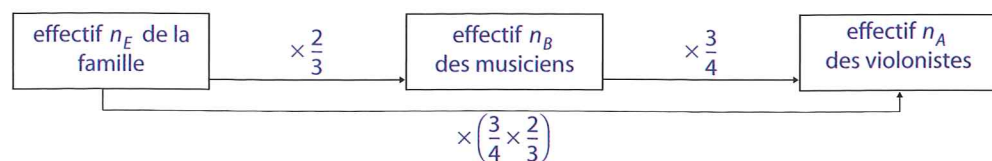


si p est la proportion de A dans B et p' celle de B dans E ,
alors la **proportion P de A dans E** est : **$P = pp'$** .

On représente la situation par le schéma :



Exemple : Dans une famille, $\frac{2}{3}$ des membres sont musiciens et, parmi ces derniers, $\frac{3}{4}$ jouent du violon.



La proportion des membres de la famille qui jouent du violon est $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.

Exercice résolu 4 Comment, dans une situation de deux inclusions successives, calculer une proportion connaissant les deux autres ?

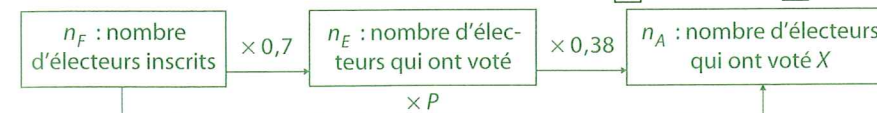
Lors d'une élection, 70 % des électeurs inscrits ont effectivement voté.

1. Le candidat X a obtenu 38 % des voix des électeurs qui ont voté. Calculer la proportion des électeurs qui ont voté X parmi les électeurs inscrits.
2. Le candidat Y a obtenu 38,5 % des voix des électeurs inscrits. Calculer la proportion des électeurs qui ont voté Y parmi les électeurs qui ont voté.

SOLUTION

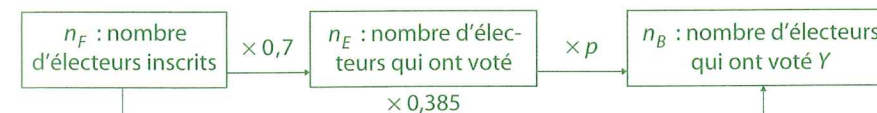
On note F la population des électeurs inscrits, E la population des électeurs qui ont voté, A la population des électeurs qui ont voté X et B la population des électeurs qui ont voté Y .

1. Pour cette question, on peut représenter la situation par le schéma suivant.



La proportion de A dans E est $p = 38\% = 0,38$ et la proportion de E dans F est $p' = 70\% = 0,7$. La proportion de A dans F est donc $P = 0,38 \times 0,7 = 0,266 = 26,6\%$.
La proportion des électeurs inscrits qui ont voté X est égale à 26,6 %.

2. Pour cette question, on peut représenter la situation par le schéma suivant.



La proportion de E dans F est $p' = 70\% = 0,7$ et la proportion de B dans E est $P = 38,5\% = 0,385$. La proportion de B dans E est le nombre p tel que $P = pp'$, c'est-à-dire tel que $0,385 = 0,7p$. On obtient $p = \frac{0,385}{0,7} = 0,55 = 55\%$.

La proportion des électeurs votants qui ont voté Y est égale à 55 %.

MÉTHODE 4

Dans une situation de deux inclusions successives, pour calculer une proportion connaissant les deux autres :

1. On détermine de façon précise les trois populations concernées A, B et E , telles que A soit une sous-population de B et B soit une sous-population de E .
2. On calcule la proportion recherchée en utilisant l'égalité $P = pp'$, où p est la proportion de A dans B , p' celle de B dans E et P celle de A dans E .

CONSEIL

Penser à réaliser un schéma « ensembliste » représentant les populations concernées, ainsi que des schémas de calcul, comme ci-contre.

Application

Application (VOIR EXERCICE RÉSOLU 4)

Un lycée polyvalent comporte des sections d'enseignement technologique (STMG, ...) et des sections d'enseignement général (L, S, ...).

1. La proportion d'élèves de la section STMG parmi les élèves de l'enseignement technologique est égale à 0,6.

La proportion d'élèves de l'enseignement technologique parmi les élèves du lycée est égale à 0,8. Calculer la proportion d'élèves du lycée qui sont en STMG.

2. Ce lycée a une équipe de natation synchronisée (pratiquée exclusivement par des filles).

La proportion des pratiquantes de natation synchronisée parmi les filles qui font du sport au lycée est égale à 15 %.

La proportion des pratiquantes de natation synchronisée parmi les élèves (garçons et filles) qui font du sport au lycée est égale à 9 %.

Quelle est la proportion de filles parmi les élèves qui font du sport au lycée ?

→ VOIR EXERCICES 22 À 28, P. 37

Ce que je dois savoir

1 Proportions dans une population

- L'**effectif** d'une population est le nombre d'individus de cette population.
- A est une **sous-population de E** : tous les individus de A sont aussi des individus de E.
- La **proportion** (ou **fréquence**) d'une sous-population A dans une population E est le nombre $p = \frac{n_A}{n_E}$, où n_A est l'effectif de A et n_E l'effectif de E.

Une proportion (qui est un nombre réel compris entre 0 et 1) peut être écrite sous forme de fraction, sous forme décimale ou sous forme de pourcentage.

Dans un calcul de proportion, il est essentiel de déterminer de façon précise la **population de référence E**.

- Les proportions de deux sous-populations d'une même population de référence sont rangées dans le même ordre que leurs effectifs ; ce n'est pas toujours vrai quand les populations de référence sont différentes.

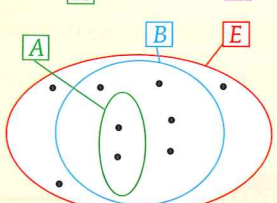
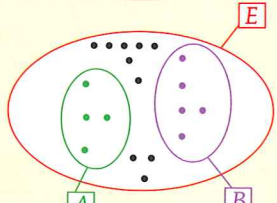
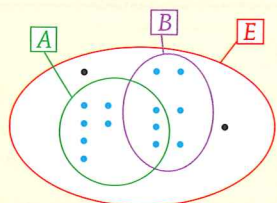
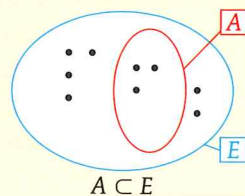
2 Proportion, réunion et intersection

- $A \cap B$ est l'**intersection** des sous-populations A et B (individus qui appartiennent à A et à B).
- $A \cup B$ est la **réunion** des sous-populations A et B (individus qui appartiennent à A ou à B).
- $p_A, p_B, p_{A \cap B}$ et $p_{A \cup B}$ étant les proportions des sous-populations A, B, $A \cap B$ et $A \cup B$ dans la population E : $p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$.

Dans le cas où A et B sont **disjointes** (aucun individu en commun), $p_{A \cap B} = 0$, et le résultat précédent devient : $p_{A \cup B} = p_A + p_B$.

3 Proportions et inclusions successives

A est une sous-population de B et B est une sous-population de E. p étant la proportion de A dans B, p' celle de B dans E et P celle de A dans E : $P = pp'$.



Ce que je dois savoir faire

SAVOIR-FAIRE	MÉTHODE	EXERCICES
• Calculer une proportion	1 page 29	1 à 3
• Calculer l'effectif d'une population à partir d'une proportion	2 page 29	4 à 11
• Calculer la proportion de la réunion de deux sous-populations	3 page 31	16 à 21
• Dans une situation de proportions et inclusions successives, calculer une proportion connaissant les deux autres	4 page 33	22 à 28

EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Proportions dans une population

1 C Dans un groupe de 85 voyageurs débarquant d'un avion en provenance de Rome, 40 personnes sont de nationalité italienne. Calculer la proportion d'Italiens dans le groupe de voyageurs ; écrire la proportion sous forme d'une fraction, puis donner sa valeur décimale arrondie à 10^{-3} près.

CONSEIL

Voir exercice résolu 1 page 29.

2 Le 15 septembre 2010, l'Assemblée Nationale a adopté le report de l'âge légal de la retraite de 60 à 62 ans, par 329 voix contre 233 et 11 abstentions. Calculer la proportion (en pourcentage arrondi à l'unité) des députés votants qui ont opté :

- pour le report de l'âge légal de la retraite à 62 ans ;
- contre le report de l'âge légal de la retraite à 62 ans.

CONSEIL

Pour chaque question, préciser les populations concernées ainsi que leurs effectifs.

3 En 2010, la population de la Chine était évaluée à 1,3 milliard d'habitants, dont 65 millions habitaient la province de Anhui. Quelle proportion de la population chinoise représentait la population de la province de Anhui ?

Remarque : en 2010, la population de la France était à peu près égale à celle de la province de Anhui.

4 C Entendu à la radio en juillet 2004 : « 16 % des Français ne partent pas en vacances, ce qui représente dix millions de personnes ». D'après cette information, quel était l'effectif de la population française en 2004 ?

CONSEIL

Voir exercice résolu 2 page 29.

5 Dans une association de 375 membres, les propositions de modification des statuts doivent être approuvées par au moins deux tiers des adhérents pour entrer en vigueur. Quel nombre minimum d'adhérents doit voter favorablement ?

6 C Dans un lycée, le nombre d'élèves de première STMG est égal à 52, ce qui représente approximati-

vement 21,14 % du nombre d'élèves de première du lycée. Calculer le nombre d'élèves de première du lycée.

CONSEIL

Le résultat du calcul n'est pas entier, il faut évidemment l'arrondir.

7 Lors d'une élection, 4 421 personnes ont pris part au vote, soit environ 61,43 % des électeurs inscrits. Combien y avait-il d'électeurs inscrits ?

8 1. Écrire sous forme décimale :
 a) 44,5 % ; b) 0,25 % ; c) 1,5 % ; d) 100 % ; e) 0,031 %.
 2. Écrire sous forme de pourcentage :
 a) 0,36 ; b) 0,05 ; c) 0,152 ; d) 0,000 7 ; e) 0,002 9.

9 Pour chaque ligne des trois tableaux suivants, la population A d'effectif n_A est une sous-population de la population E d'effectif n_E , où n_A et n_E sont des nombres entiers naturels. Le nombre p est la proportion de la population A dans la population E.

1. Reproduire, puis compléter le tableau suivant, où les proportions sont écrites sous forme de fraction.

n_A	n_E	p
11	42	
112		$\frac{4}{7}$
	420	$\frac{3}{20}$

2. Reproduire, puis compléter le tableau suivant, où les proportions sont écrites sous forme décimale à 0,01 près.

n_A	n_E	p
7	234	
283		0,13
	1 803	0,09

3. Reproduire, puis compléter le tableau suivant, où les proportions sont écrites sous forme de pourcentage à 0,01 % près.

n_A	n_E	p
2 995	3 618	
74		25,43 %
	888	4,39 %
502		0,40 %

10 Le nombre d'internautes chinois avait atteint 457 millions en novembre 2010, dont 66,2 % surfaient sur la toile à partir de leurs téléphones portables. D'après cette information, combien d'internautes chinois surfaient sur la toile à partir de leurs téléphones portables en novembre 2010 ?

11 Lu sur un site Internet en 2010 : « Comme plus des deux tiers des cadres ne disposent pas encore aujourd'hui d'ordinateurs portables (61%) ... ». Cette affirmation est-elle mathématiquement correcte ?

Les exercices 12 à 15 portent sur la comparaison d'effectifs et de proportions.

12 Dans un groupe de 85 personnes, 12 mesurent moins de 1,65 m et 15 mesurent plus de 1,80 m. Calculer la proportion des personnes du groupe qui mesurent moins de 1,65 m et la proportion des personnes du groupe qui mesurent plus de 1,80 m. Les proportions et les effectifs de ces sous-populations sont-ils rangés dans le même ordre ?

13 Dans un immeuble, 20 % des appartements sont des studios et 30 % sont des F3. Peut-on en déduire que, dans cet immeuble, le nombre de studios est inférieur au nombre de F3 ?

14 Parmi les célèbres pilotes de formule 1 qui ne courent plus, on peut citer Juan Manuel Fangio (années 50) qui remporta 24 grand prix, Ayrton Senna (années 80) qui en gagna 41 et Alain Prost qui l'emporta 51 fois. Calculer pour chacun la fréquence de grands prix victorieux parmi les grands prix qu'ils ont courus, sachant que Fangio a couru 51 grands prix, Senna 161 et Prost 199 ; les fréquences sont-elles rangées dans le même ordre que les nombres de victoires ?

CONSEIL

« fréquence » signifie « proportion ».

15 Il y a 28 lettres, dont 3 voyelles, dans l'alphabet arabe. Il y a 26 lettres, dont 6 voyelles, dans l'alphabet français. Calculer la proportion des voyelles dans chacun des alphabets ; les proportions et les effectifs des voyelles dans chacun des deux alphabets sont-ils rangés dans le même ordre ?

Proportion et réunion

16 [C] Au cours de l'assemblée générale du foyer socio-éducatif d'un lycée, les membres sont appelés à voter à bulletins secrets le rapport moral et le rapport financier présentés par le bureau. Le dépouillement a permis d'établir que :

- 64,8 % des membres ont voté en faveur du rapport moral ;
- 79,3 % ont voté en faveur du rapport financier ;
- de plus, 62,8 % ont voté en faveur des deux rapports.

Calculer la proportion des membres ayant voté en faveur du rapport moral ou en faveur du rapport financier.

CONSEIL

Voir exercice résolu 3 page 31.

17 À l'occasion d'une journée « portes ouvertes », un club de ski proposait une initiation au ski de fond ou bien une initiation à la marche à raquettes : il était impossible de participer aux deux initiations. Le bilan fait apparaître que 35 % des visiteurs se sont initiés au ski de fond et 50 % se sont initiés à la marche à raquettes.

Calculer la proportion des visiteurs qui se sont initiés au ski de fond ou à la marche à raquettes.

18 [C] A et B désignent deux sous-populations d'une population E , telles que les proportions de A , B et $A \cup B$ dans E sont respectivement égales à 0,42, 0,23 et 0,65. Calculer la proportion de $A \cap B$ dans E ; les populations A et B sont-elles disjointes ?

CONSEIL

Calculer $p_{A \cap B}$ à partir de l'égalité $p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$, puis en déduire $n_{A \cap B}$.

19 A et B désignent deux sous-populations d'une population E , telles que les proportions de A , B et $A \cup B$ dans E sont respectivement égales à 0,14, 0,09 et 0,16. Calculer la proportion de $A \cap B$ dans E ; les populations A et B sont-elles disjointes ?

LE SAVIEZ-VOUS ?

Pour vérifier que deux sous-populations A et B ne sont pas disjointes, il suffit de vérifier que $p_{A \cup B} \neq p_A + p_B$. En effet, la proposition « Si A et B sont disjointes, alors $p_{A \cup B} = p_A + p_B$ » équivaut à sa **contraposée** : « Si $p_{A \cup B} \neq p_A + p_B$, alors A et B ne sont pas disjointes ». → Voir Lexique p. 209.

20 Dans un congrès international, 87 % des participants comprennent l'anglais ou le français. En particulier, 82 % des participants comprennent l'anglais et 72 % des participants comprennent le français. Calculer la proportion des participants qui comprennent l'anglais et le français.

21 Un examen est composé d'une épreuve pratique et d'une épreuve théorique. Pour réussir l'examen, il faut réussir chacune des deux épreuves. Cette année, la proportion de candidats ayant réussi l'épreuve pratique est égale à 0,9, la proportion de candidats ayant réussi l'épreuve théorique est égale à 0,8 et la proportion de candidats ayant réussi au moins une épreuve est égale à 0,95. Calculer la proportion de candidats ayant réussi l'examen.

CONSEIL

Noter A la population des candidats ayant réussi l'épreuve pratique, noter B la population des candidats ayant réussi l'épreuve théorique, puis définir $A \cap B$ et $A \cup B$.

Proportions et inclusions successives

22 [C] On peut lire dans la brochure « L'académie de Grenoble 2010-2011-Guide pratique » : « La population de l'académie représente :

- 4,8 % de la population nationale ;
- 50,7 % de la population de la région Rhône-Alpes.

Source INSEE. Population légale 2007, entrant en vigueur au 1^{er} janvier 2010. » D'après cette information, calculer la proportion de la population de la région Rhône-Alpes dans la population nationale.

CONSEIL

Voir exercice résolu 4 page 33.

23 A est une sous-population de B et B est une sous-population de E . La proportion de A dans B est notée p , la proportion de B dans E est notée p' et la proportion de A dans E est notée P . Reproduire et compléter le tableau suivant.

p	p'	P
0,4	0,125	
0,06		0,027 6
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{7}$	
$\frac{2}{3}$		$\frac{4}{9}$
	26 %	3,51 %
62,4 %	0,375 %	

24 Une étude menée sur les groupes sanguins dans une population a établi que 42 % des individus de la population sont du groupe O et que, en particulier, 36 % sont du groupe O avec le rhésus + (noté O+).

Je fais le point

SAVEZ-VOUS calculer une proportion ?

ÉNONCÉ 1

Une enquête périnatale, réalisée il y a quelques années par l'INSERM dans l'ensemble des maternités publiques et privées françaises, a établi que 7 362 mamans, dans un échantillon de 14 077 femmes, ont nourri leur enfant au sein pendant au moins huit jours après la naissance. Calculer, sous forme de pourcentage, une valeur approchée de la proportion de ces mamans dans l'échantillon. → voir solution page 183

ÉNONCÉ 2

Dans une population de 120 personnes, 36 pèsent moins de 50 kg et 15 pèsent plus de 100 kg.

Calculer la fréquence des individus du groupe O+ dans la population des individus du groupe O.

25 Une enquête auprès d'élèves fumeurs montre que 90 % d'entre eux ont déjà essayé d'arrêter de fumer et que parmi ces derniers, 60 % ont réussi à s'arrêter plus d'un mois. Calculer la proportion d'élèves ayant réussi à s'arrêter de fumer plus d'un mois parmi les élèves fumeurs interrogés.

26 Une enquête auprès d'un groupe de personnes a établi que parmi elles :

- 82 % ont au moins 18 ans ;
- 42 % sont titulaires du permis de conduire automobile.

Calculer la proportion de personnes titulaires du permis de conduire automobile parmi les personnes du groupe ayant au moins 18 ans ; donner le résultat sous forme de pourcentage à 0,1 % près. (On rappelle qu'il est nécessaire d'avoir au moins 18 ans pour être titulaire du permis de conduire automobile.)

27 Dans un lycée, la proportion des élèves de seconde qui sont passés en première est égale à 0,92. Parmi ces élèves passés en première, la proportion des élèves qui sont passés en première STMG est égale à 0,35. Calculer la proportion d'élèves qui sont passés en première STMG parmi les élèves qui étaient en seconde.

28 Dans un lycée, une étude portant sur les élèves de sexe masculin permet d'annoncer :

- la proportion d'élèves de sexe masculin parmi les élèves du lycée est égale à 50 % ;
- la proportion d'élèves de sexe masculin de la section STMG parmi les élèves du lycée est égale à 22,5 %.

Calculer la proportion d'élèves de sexe masculin de la section STMG parmi les élèves de sexe masculin du lycée.

Calculer la proportion des personnes de cette population qui pèsent moins de 50 kg et celle des personnes de cette population qui pèsent plus de 100 kg. → voir exercice résolu 1 page 29

SAVEZ-VOUS calculer l'effectif d'une population à partir d'une proportion ?

ÉNONCÉ 1

On a demandé à des gens dans la rue : « fumez-vous plus de 5 cigarettes par jour ? ». 80,4 % des réponses, c'est-à-dire 201, ont été négatives. Combien de personnes ont répondu à la question ? → voir solution page 183

Je fais le point

ÉNONCÉ 2

2,91 millions de pirates dans un pays ! En effet, près de 19 % des internautes téléchargent des films gratuitement sur Internet, en toute illégalité.

Mais quel est l'effectif des internautes dans ce pays ?
→ voir exercice résolu 2 page 29

SAVEZ-VOUS calculer la proportion de la réunion de deux sous-populations ?

ÉNONCÉ 1

À la fin d'un banquet, 86 % des convives ont commandé un fromage, 94 % des convives ont commandé un dessert et 81 % ont commandé un fromage et un dessert. Calculer la proportion de convives qui ont commandé un fromage ou un dessert.
→ voir solution page 183

ÉNONCÉ 2

Un sondage auprès de personnes vivant seules a établi que 60 % d'entre elles ont un chat, 25 % ont un chien

et 12 % ont un chien et un chat. Calculer la proportion des personnes interrogées qui ont un chat ou un chien.
→ voir exercice résolu 3 page 31

SAVEZ-VOUS dans une situation de deux inclusions successives, calculer une proportion connaissant les deux autres ?

ÉNONCÉ 1

Dans un village, 40 % des habitants sont des retraités et 5 % des retraités sont célibataires. Calculer la proportion des retraités célibataires dans la population du village.
→ voir solution page 183

ÉNONCÉ 2

L'été dernier, 75 % des élèves d'un lycée sont partis en vacances et parmi eux, 20 % ont passé ces vacances hors de France. Calculer la proportion d'élèves du lycée qui sont allés en vacances hors de France.
→ voir exercice résolu 4 page 33

ACTIVITÉS GUIDÉES

29 AG1 Proportions et proportionnalité

Le tableau suivant donne la répartition des élèves étudiant l'anglais dans les trois classes de 1^{re} STMG d'un lycée.

Classes	1 ^{re} STMG 1	1 ^{re} STMG 2	1 ^{re} STMG 3
Effectif de la classe	32	28	23
Effectif étudiant l'anglais	24	21	17

1. a) Pour chaque classe, calculer la proportion d'élèves étudiant l'anglais.

b) Les élèves étudiant l'anglais sont-ils répartis proportionnellement aux effectifs des classes ?

2. Un nouvel élève arrive en 1^{re} STMG 3 et il étudie l'anglais. Les élèves étudiant l'anglais sont-ils maintenant répartis proportionnellement aux effectifs des classes ?

30 AG2 Taux d'activité, taux de chômage

La population active est l'ensemble des personnes en âge de travailler, qui travaillent ou qui souhaitent travailler (les chômeurs en font partie).

Le taux d'activité est la proportion de la population active dans la population totale.

Le taux de chômage est la proportion de chômeurs dans la population active.

1. Une étude auprès des 15-25 ans d'une ville a donné les résultats ci-dessous :

Ont un emploi	Sont chômeurs	Cherchent un emploi	Sont inactifs	Total
3 612	332	170	5 890	10 004

Remarque : les étudiants et scolaires sont comptabilisés dans la population « inactifs ».

Calculer l'effectif de la population active, puis les taux d'activité et de chômage de la population des 15-25 ans de cette ville.

2. Le tableau donne des indications sur le chômage en France au cours du 4^e trimestre de l'année 2010. Données corrigées des variations saisonnières, en moyenne trimestrielle.

Champ : France métropolitaine, population des ménages, personnes de 15 ans ou plus.
Source : Insee, enquête Emploi.

4 ^e trimestre 2010	Taux de chômage BIT (%)	Chômeurs au sens du BIT (en milliers)
Ensemble	9,2	2 602
15-24 ans	22,3	586
25-49 ans	8,5	1 543
50 ans ou plus	6,3	472
Hommes	8,5	1 265
15-24 ans	20,7	304
25-49 ans	7,7	730
50 ans ou plus	6,0	232
Femmes	9,9	1 337
15-24 ans	24,3	283
25-49 ans	9,3	814
50 ans ou plus	6,6	241

a) Donner la signification du nombre 9,2 lu dans la ligne « Ensemble » ; en déduire l'effectif de la population active en France au cours du 4^e trimestre 2010.

b) Comparer les effectifs des populations actives Hommes et Femmes en France au cours du 4^e trimestre 2010. Les taux de chômage et les effectifs des populations actives de ces deux sous-populations sont-ils rangés dans le même ordre ?

31 AG3 Cote de popularité

La cote de popularité d'un personnage est le résultat d'un sondage d'opinion ; ce nombre est la proportion des individus favorables au personnage dans un échantillon de personnes prises au hasard.

Sur 850 personnes prises au hasard, 412 déclarent avoir une opinion favorable d'un président.

Exprimer sous forme de pourcentage la cote de popularité de ce président.

32 AG4 Parts de marché

La part de marché d'un constructeur automobile est le quotient du nombre de ventes du constructeur par le nombre de ventes totales sur le marché ; c'est donc une proportion. Le tableau suivant donne les nombres de voitures neuves immatriculées en Europe, pour chaque constructeur, de 2006 à 2009. Les chiffres sont donnés en milliers d'unités et en parts dans les immatriculations totales. (Source : comité français des constructeurs automobiles.)

	A	B	C	D	E
	2006	2007	2008	2009	
1 PSA Peugeot Citroën	1 971	1 970	1 792	1 818	
2	13,3%	13,3%	13,2%	13,3%	
3	1 281	1 211	1 138	1 237	
4 Groupe Renault*	8,7%	8,2%	8,4%	9,1%	
5	1 120	1 195	1 121	1 200	
6 Groupe Fiat	7,6%	8,1%	8,3%	8,8%	
7	1 450	1 474	1 360	1 425	
8 Groupe Ford	9,8%	10,0%	10,0%	10,4%	
9	1 503	1 509	1 286	1 213	
10 General Motors	10,2%	10,2%	9,5%	8,9%	
11	2 920	2 881	2 761	2 854	
12 Groupe Volkswagen	19,8%	19,5%	20,4%	20,9%	
13	815	810	771	671	
14 Daimler	5,5%	5,5%	5,7%	4,9%	
15	784	834	804	695	
16 Groupe BMW	5,3%	5,6%	5,9%	5,1%	
17	310	290	314	349	
18 Nissan	2,1%	2,0%	2,3%	2,6%	
19	892	912	756	715	
20 Toyota-Lexus-Daihatsu	6,0%	6,2%	5,6%	5,2%	
21	886	905	806	769	
22 Autres marques japonaises	6,0%	6,1%	5,9%	5,6%	
23	519	488	422	520	
24 Hyundai-Kia	3,5%	3,3%	3,1%	3,8%	
25	127	136	110	87	
26 Groupe Tata	0,9%	0,9%	0,8%	0,6%	
27	211	205	152	111	
28 Autres marques	1,4%	1,4%	1,1%	0,8%	
29	14 746	14 775	13 552	13 664	
30 Total Europe (17 pays)					

1. Expliquer comment a été calculée la part de marché du groupe Renault en 2009.

2. Les parts de marché du groupe PSA en 2007 et en 2009 sont égales : expliquer pourquoi les nombres de véhicules PSA vendus ces années là ne sont pas égaux.

3. Quelle est la part de marché pour 2009 de la réunion des deux groupes français ?

33 AG5 Proportion de la réunion de sous-populations disjointes deux à deux

Une ville est dotée d'un lycée et de deux collèges, le collège « Les Acacias » et le collège « Les Bleuets ».

1. Au lycée, dans une classe de seconde de 33 élèves (population notée E) :

14 élèves, constituant la sous-population notée A, étaient l'an dernier scolarisés au collège « Les Acacias » ;

11 élèves, constituant la sous-population notée B, étaient l'an dernier scolarisés au collège « Les Bleuets » ;

5 élèves, constituant la sous-population notée C, étaient l'an dernier scolarisés dans un collège autre que l'un des deux collèges précédents ;

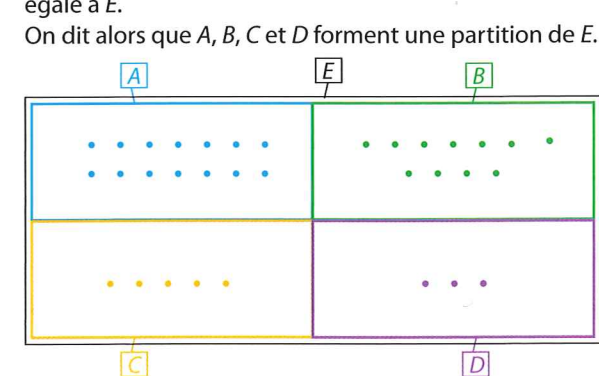
3 élèves, constituant la sous-population notée D, sont redoublants.

La figure suivante représente la répartition des élèves selon leur origine. Elle permet de confirmer les constatations suivantes :

- d'une part, les sous-populations A, B, C et D sont disjointes deux à deux, c'est-à-dire que deux quelconques de ces sous-populations sont disjointes (les sous-populations A et B, A et C, A et D, B et C, B et D, C et D sont disjointes) ;

- d'autre part, la sous-population A ∪ B ∪ C ∪ D est égale à E.

On dit alors que A, B, C et D forment une partition de E.



a) Calculer les proportions p_A , p_B , p_C et p_D de A, B, C et D dans E (donner les résultats sous forme de fractions). Vérifier que $p_A + p_B + p_C + p_D = 1$ et expliquer ce résultat.

b) La sous-population A ∪ B ∪ C est la sous-population des élèves qui étaient scolarisés l'an dernier au collège « Les Acacias » ou au collège « Les Bleuets » ou dans un autre collège.

Calculer son effectif puis sa proportion dans E. Vérifier que $p_{A \cup B \cup C} = p_A + p_B + p_C$ et expliquer ce résultat.

De même, $p_{A \cup C \cup D} = p_A + p_C + p_D$, etc.

Remarque importante : une situation de partition est en général représentée par un tableau d'effectifs (ou de proportions) du type suivant.

Origine des élèves	Collège « Les Acacias »	Collège « Les Bleuets »	Autre collège	Redoublants	Total
Effectif	14	11	5	3	33
Proportion	$\frac{14}{33} = 0,424$	$\frac{11}{33} = 0,333$	$\frac{5}{33} = 0,152$	$\frac{3}{33} = 0,091$	1

2. Le tableau suivant donne les proportions d'élèves, selon leurs origines, dans une autre classe de seconde du même lycée.

Origine des élèves	Collège « Les Acacias »	Collège « Les Bleuets »	Autre collège	Redoublants	Total
Proportion	0,36	0,50	0,04		1

À l'aide des propriétés vues à la question précédente :

- calculer la proportion d'élèves qui étaient scolarisés l'an dernier au collège « Les Acacias » ou au collège « Les Bleuets » ou dans un autre collège ;
- calculer la proportion d'élèves redoublants.

34 AG6 Proportions, tableaux croisés d'effectifs, arbres de répartition

Une auto-école fait une étude sur la population, notée E , de ses 100 derniers clients qui ont réussi le permis de conduire automobile.

On note A (resp. \bar{A}) la sous-population des clients qui ont suivi (resp. n'ont pas suivi), la conduite accompagnée.

On note B (resp. \bar{B}) la sous-population des clients qui ont réussi (resp. n'ont pas réussi), le permis du premier coup.

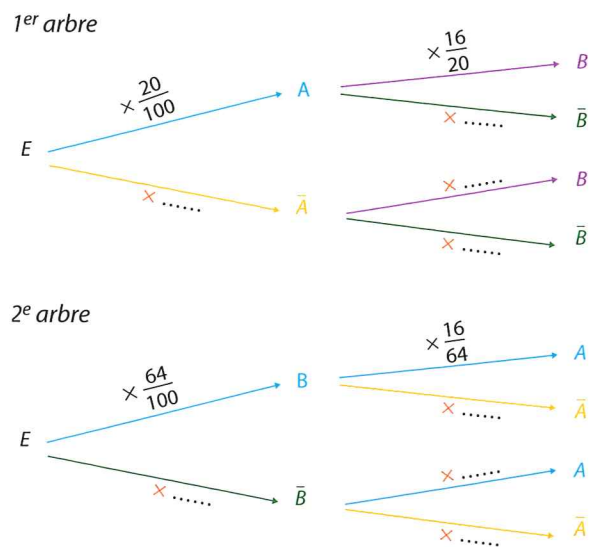
Les résultats sont consignés dans le tableau suivant (appelé *tableau croisé d'effectifs*).

	A	\bar{A}	Total
B	16	48	64
\bar{B}	4	32	36
Total	20	80	100

- Combien de clients ont suivi la conduite accompagnée ?
 - Combien de clients ont réussi le permis du premier coup ?
 - Combien de clients ont suivi la conduite accompagnée et réussi le permis du premier coup ?
- Calculer la proportion de la sous-population $A \cap B$ (clients ayant suivi la conduite accompagnée et réussi le permis du premier coup) dans la population A .
 - Calculer la proportion de la sous-population A dans la population E .
 - Calculer la proportion de la sous-population $A \cap B$ dans la population E . Retrouver ce résultat en utilisant les résultats des questions 2. a) et 2. b) et l'égalité avec deux inclusions successives.

- Calculer la proportion de la sous-population $A \cap B$ dans la population B .
 - Calculer la proportion de la sous-population B dans la population E .
 - Retrouver la proportion de la sous-population $A \cap B$ dans la population E en utilisant les résultats des questions 3. a) et 3. b) et l'égalité sur les proportions avec deux inclusions successives.

4. Reproduire et compléter les arbres de répartition (dits *pondérés* par les proportions) suivants.



35 AG7 Statistique sportive

À la fin de la saison, un entraîneur calcule, pour chaque joueur de son équipe, la fréquence des matchs où le joueur a marqué au moins un but lors des matchs qu'il a disputés. Il s'agit de déterminer ces fréquences à l'aide de la calculatrice.

Le tableau suivant donne la liste des joueurs, appelés J1, J2, etc. pour lesquels la fréquence est non nulle.

Joueur	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10
Nombre de matchs joués	18	18	18	16	14	13	11	11	6	5
Nombre de matchs avec au moins un but	7	16	9	13	8	5	5	8	3	1
Fréquence										

Dans l'éditeur de listes de la calculatrice (*voir rabats de couverture*) : entrer les nombres de matchs joués dans la liste 1, les nombres de matchs avec au moins un but dans la liste 2 puis, dans la liste 3, déterminer la fréquence pour chaque joueur (donner les résultats sous forme décimale arrondis à 0,000 1 près).

36 AG8 Tableaux d'effectifs et de fréquences ; fréquences marginales

Une agence bancaire a réalisé une étude sur la population E de ses clients qui ont contracté un prêt immobilier auprès d'elle au cours des deux dernières années. Cette étude porte sur deux caractères, avec chacun deux modalités :

- la durée des remboursements, en années,
 - « longue durée », correspondant à la sous-population D_1 de E ;
 - « courte durée », correspondant à la sous-population D_2 de E .
- l'âge du contractant au moment de l'obtention du prêt, en années,
 - « âge élevé », correspondant à la sous-population A_1 de E ;
 - « âge peu élevé », correspondant à la sous-population A_2 de E .

Les résultats obtenus, en effectifs, figurent dans le tableau suivant.

Par exemple, 36 est l'effectif de la sous-population $D_2 \cap A_1$ et 96 est celui de la sous-population D_2 .

	D_1	D_2	Total
A_1	24	36	60
A_2	120	60	180
Total	144	96	240

- Donner l'effectif de la sous-population $D_1 \cap A_2$.
 - Donner l'effectif de la sous-population A_2 .

2. Le tableau suivant, incomplet, donne les fréquences (c'est-à-dire les proportions), correspondant aux effectifs portés dans le tableau précédent.

Par exemple, 0,15 est la fréquence de la sous-population $D_2 \cap A_1$ dans la population E et 0,40 est celle de la sous-population D_2 dans la population E .

On dit que 0,40 est une *fréquence marginale* (elle figure dans une marge) : elle est la somme des fréquences 0,15 et 0,25 des sous-populations $D_2 \cap A_1$ et $D_2 \cap A_2$ figurant dans la colonne relative à la sous-population D_2 .

	D_1	D_2	Total
A_1		0,15	
A_2		0,25	
Total		0,40	1

- Reproduire et compléter le tableau précédent.
 - Donner la fréquence marginale de la sous-population A_2 dans la population E .
- Une autre agence de la même banque, pour un effectif de la population E égal à 225, obtient le tableau des fréquences suivant, incomplet.

	D_1	D_2	Total
A_1		0,12	0,20
A_2	0,56		
Total	0,64	0,36	1

- Reproduire et compléter le tableau précédent.
- Choisir une fréquence marginale et préciser la sous-population concernée.
- Réaliser le tableau des effectifs correspondant.

37 ALGO AG9 Proportions des ventes d'un modèle d'automobile

Un concessionnaire automobile a dressé avec un tableur le tableau suivant des ventes mensuelles d'un modèle de voiture pour l'année écoulée.

	A	B	C	D
	Numéro			
1	Mois	du mois, i	Effectif, n_i	Proportion, p_i
2	Janvier	1	84	
3	Février	2	84	
4	Mars	3	105	
5	Avril	4	98	
6	Mai	5	84	
7	Juin	6	105	
8	Juillet	7	91	
9	Août	8	70	
10	Septembre	9	98	
11	Octobre	10	98	
12	Novembre	11	89	
13	Décembre	12	70	
14	Année			

Objectif : à partir de l'algorithme suivant, obtenir dans la colonne D, pour chaque mois i , la proportion p_i des ventes n_i par rapport aux ventes S de l'année.

Début de l'algorithme

- Saisir les nombres n_1, n_2, \dots, n_{12} des ventes mensuelles.
 - Calculer le nombre S des ventes de l'année : $S = n_1 + n_2 + \dots + n_{12}$; afficher S .
 - Pour i allant de 1 à 12 :
 - p_i prend la valeur $\frac{n_i}{S}$;
 - afficher p_i .
- Fin Pour.

Fin de l'algorithme

- Reproduire avec un tableur la feuille de calcul précédente.
 - Faire apparaître l'effectif total S dans la cellule C14 (utiliser le bouton somme de la barre d'outils).
 - Pour compléter la colonne D, saisir dans la cellule D2 la formule $=C2/SC$14$ et faire glisser la poignée de remplissage vers le bas jusqu'à la cellule D13. (Voir rabats de couverture : « référence absolue ».)
- Écrire les résultats sous forme de pourcentage avec le bouton , puis les arrondir à 0,1 % près avec les boutons ou .
- Par erreur, le concessionnaire avait saisi 98 au lieu de 102 dans la cellule C10. Constaté qu'il suffit de remplacer 98 par 102 dans cette cellule pour obtenir tous les nouveaux résultats.

PROBLÈMES

38 * QCM

Le tableau suivant donne une estimation de la population française par sexe et par âge au 1^{er} Janvier 2011 (source : Insee).

	Ensemble	Hommes	Femmes
Population totale	63 136 180	30 586 946	32 549 234
Moins de 20 ans	15 368 039	7 861 611	7 506 428
De 20 à 64 ans	37 076 796	18 298 213	18 778 583
65 ans ou plus	10 691 345	4 427 122	6 264 223

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte.

1. La proportion des femmes dans la population totale est :

a) $\frac{32\,549\,234}{63\,136\,180}$; b) $\frac{63\,136\,180}{32\,549\,234}$; c) $\frac{6\,264\,223}{32\,549\,234}$

2. La proportion des femmes dans la population totale des moins de 20 ans est :

a) $\frac{15\,368\,039}{32\,549\,234}$; b) $\frac{7\,506\,428}{15\,368\,039}$; c) $\frac{7\,506\,428}{32\,549\,234}$

3. La proportion des femmes de moins de 20 ans dans la population totale des femmes est approximativement :

a) 47,2 % ; b) 48,8 % ; c) 23,1 %.

39 ** Au 1^{er} Janvier 2011, il y avait en France métropolitaine 16 269 personnes âgées de 100 ans ou plus. Parmi elles, 88,85 % étaient des femmes et 6 232 femmes avaient 100 ans.

Calculer la proportion des femmes âgées de 100 ans parmi les femmes âgées de 100 ans ou plus. (Donner le résultat sous forme de pourcentage arrondi à 0,01 % près.)

40 ** Un constructeur de bicyclettes a deux ateliers de production P_1 et P_2 .

1. Chaque mois, le site P_1 produit 700 vélos de ville, dont 400 sont des modèles femme ; le site P_2 produit 600 vélos de ville, dont 400 sont des modèles femme.

Dans la production mensuelle totale de vélos de ville, calculer la proportion des vélos qui sont des modèles femme.

2. Chaque mois, le site P_1 produit 300 vélos de course, dont 60 % sont des modèles homme ; le site P_2 produit 800 vélos de course, dont 80 % sont des modèles homme.

Dans la production mensuelle totale de vélos de course, calculer la proportion des vélos qui sont des modèles homme.

41 *** BAC Dans le réseau ferroviaire français, les trains « Grandes lignes » sont de deux types, Corail ou TGV (Train à Grande Vitesse), et l'on propose aux clients de voyager en seconde ou en première classes.

Une enquête est réalisée dans une gare de province durant la première semaine d'un mois de juillet.

Sur les 2 450 billets vendus, 82 % sont des billets de seconde classe.

Sur les 850 billets TGV vendus, 14 % sont des billets de première classe.

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs suivant.

	Billets Corail	Billets TGV	Total
Billets Seconde Classe			
Billets Première Classe			
Total		850	2 450

2. Vérifier que la proportion des billets de première classe parmi les billets Corail vendus durant la première semaine de ce mois de juillet est 20 % (arrondi à l'unité).

3. Le directeur de la gare peut-il déduire de cette enquête qu'approximativement 34 % des billets vendus dans sa gare durant la première semaine du mois de juillet sont des billets de première classe ? Justifier.

42 *** 120 personnes atteintes d'une maladie ont accepté de servir de cobayes pour tester l'efficacité d'un nouveau médicament.

Pendant un mois, 80 personnes ont pris le médicament, les autres ont pris un placebo.

À l'issue de l'expérimentation, on a constaté une amélioration de la santé de 60 personnes parmi celles ayant pris le médicament et de 5 personnes parmi les autres.

1. Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivant.

	Ont vu leur santé s'améliorer	N'ont pas vu leur santé s'améliorer	Total
Ont pris le médicament	60		80
Ont pris le placebo	5		
Total			120

2. a) Calculer la fréquence des personnes qui ont vu leur santé s'améliorer parmi celles qui ont pris le médicament.

b) Calculer la fréquence des personnes qui ont vu leur santé s'améliorer parmi celles qui n'ont pas pris le médicament.

c) Calculer la fréquence des personnes qui ont pris le médicament parmi celles qui ont vu leur santé s'améliorer.

Mode de paiement	Espèces	Chèque	Carte bancaire	Carte du magasin
Fréquence	0,317	0,143	0,282	0,258

1. Vérifier que la somme des fréquences est égale à 1.

2. Calculer la fréquence des personnes qui ont payé à l'aide d'une carte.

3. Calculer la fréquence des personnes qui n'ont pas payé en espèces.

CONSEIL
Voir activité guidée 5.

46 *** Une boîte de jeux contient des jetons ; 60 % des jetons sont ronds, 55 % des jetons sont noirs et 30 % des jetons ronds sont noirs. Calculer la proportion de jetons qui sont ronds ou noirs.

CONSEIL
La réponse 85 % est inexacte ! On peut faire un tableau.

47 *** Dans une classe de première, il y a 40 % de garçons. 30 % des garçons et 50 % des filles sont demi-pensionnaires. Quelle est la proportion de demi-pensionnaires dans la classe ?

48 *** Une usine, fabriquant des pièces métalliques, dispose d'une machine A fournissant un tiers de la production et d'une machine B fournissant le reste. 95 % des pièces produites par la machine A et 99 % de celles produites par la machine B sont sans défaut. Déterminer la proportion de pièces défectueuses produites par l'usine.

49 *** Dans une enquête réalisée auprès de 300 personnes dont 180 femmes, la question suivante a été posée : de ces trois loisirs, « faire du sport », « regarder la télévision » et « lire un livre », quel est celui que vous préférez ?

Les 300 personnes ont répondu à la question. 55 % des hommes et 30 % des femmes ont répondu préférer « faire du sport ».

Le nombre de femmes qui préfèrent « regarder la télévision » est le double du nombre de femmes qui préfèrent « lire un livre ».

114 personnes ont dit qu'elles préfèrent « regarder la télévision ».

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs suivant.

	Faire du sport	Regarder la télévision	Lire un livre	Total
Hommes				
Femmes				180
Total		114		300

2. Calculer la fréquence des personnes qui préfèrent « lire un livre » parmi les personnes qui ont répondu.

43 *** Lors d'un discours au cours duquel il a donné les résultats des examens de fin d'études des deux universités du pays, le dictateur dirigeant ce pays a déclaré : « Dans l'Université du Nord, 82 % des garçons et 80 % des filles ont réussi.

Dans l'Université du Sud, 56 % des garçons et 52 % des filles ont réussi.

Je ne suis pas sexiste, mais il faut bien reconnaître que dans notre pays, les garçons réussissent mieux que les filles. »

1. Dans l'Université du Nord, il y avait 500 candidats de sexe masculin et 500 candidats de sexe féminin.

Calculer le nombre de garçons et le nombre de filles qui ont réussi dans cette université.

2. Dans l'Université du Sud, il y avait 800 candidats de sexe masculin et 200 candidats de sexe féminin.

Calculer le nombre de garçons et le nombre de filles qui ont réussi dans cette université.

3. a) Combien y avait-il de garçons candidats dans le pays ? Calculer la proportion des garçons qui ont réussi dans le pays.

b) Calculer de même la proportion des filles qui ont réussi dans le pays.

c) La conclusion du dictateur est-elle exacte ?

Le résultat surprenant de cet exercice est dû à ce que l'on appelle l'effet de structure.

44 *** Une entreprise soumet un plan de redressement au vote de ses employés, avec la menace : « si plus de 10 % des employés votent contre le projet, nous fermerons l'usine ».

Le vote a lieu et on peut lire dans un journal : « l'entreprise ne fermera pas ; 2 % seulement des votes sont contre le plan de la direction. Cependant, 25 % des employés n'ont pas voté ».

1. Calculer, dans la population totale des employés, la proportion de ceux qui ont voté contre le plan ; constater que cette proportion est effectivement inférieure à 10 %.

2. Dans un autre journal, il est écrit : « la direction voulait que plus de 90 % des employés votent en faveur du plan, faute de quoi elle fermerait l'usine. Ses vœux ont été exaucés puisque 98 % des votes sont en faveur du plan de la direction. Certes 25 % des employés n'ont pas voté, mais cela ne change rien ».

Calculer, dans la population totale des employés, la proportion de ceux qui ont voté en faveur du plan. En déduire que l'auteur de cet article aurait dû réfléchir davantage avant de l'écrire.

45 ** Dans un grand magasin, les clients peuvent payer leurs achats soit en espèces, soit par chèque, soit par carte bancaire, soit en utilisant la carte spécifique proposée par le magasin.

Le tableau suivant indique, pour une journée, les fréquences des clients selon le mode de paiement utilisé.

3. Calculer la fréquence des personnes qui préfèrent « regarder la télévision » ou « lire un livre » parmi les personnes qui ont répondu.
4. Calculer la fréquence des femmes qui préfèrent « lire un livre » parmi les personnes qui ont répondu.
5. Calculer la fréquence des femmes qui préfèrent « lire un livre » parmi les femmes qui ont répondu.
6. Calculer la fréquence des femmes qui préfèrent « lire un livre » parmi les personnes qui préfèrent « lire un livre ».

CONSEIL

Pour chaque question, identifier avec précision la population de référence.

50 ** BAC Un théâtre a vendu 96 262 billets au cours de l'année dernière. Les ventes se sont réparties de la façon suivante :
12 % des billets ont été vendus par une chaîne commerciale, dont 56 % dans ses magasins et 44 % sur son site Internet ; les autres billets ont été vendus par le théâtre : 20 % par son service téléphonique, 6 % par son site Internet, et le reste au bureau du théâtre. Calculer la proportion de billets vendus par Internet.

51 ** BAC Le tableau suivant (incomplet) donne la répartition d'une population de 800 utilisateurs d'Internet pour le téléchargement, selon leur âge (en années) et leur volume (en Giga-octets) de téléchargement mensuel.

Tranche d'âge \ Volume en Go	Volume en Go				Total
	[0 ; 2[[2 ; 4[[4 ; 6[[6 ; 8[
[10 ; 20[21	51	80	125	277
[20 ; 30[17			107	223
[30 ; 40[22	44	50	47	163
[40 ; 50[30	20	20	12	
[50 ; 60[42		2	8	
Total	132	158		299	800

	A	B	C	D	E	F	G
1	La population active occupée selon le sexe et le statut des emplois						
2							
3	Hommes		Femmes		Ensemble		
4	Effectifs (milliers)	Répartition (%)	Effectifs (milliers)	Répartition (%)	Effectifs (milliers)	Répartition (%)	
5	Non salariés	1 903	14,0 %	875	7,3 %	2 778	10,8 %
6	Salariés dont :	11 710	86,0 %	11 140	92,7 %	22 850	89,2 %
7	Intérimaires	385	2,8 %	162	1,3 %	547	2,1 %
8	Apprentis	245	1,8 %	107	0,9 %	352	1,4 %
9	Contrats à durée déterminée (1)	844	6,2 %	1 312		2 156	8,4 %
10	Contrats à durée indéterminée (1)	10 236	75,2 %	9 559		19 795	77,3 %
11	Total des emplois	13 613	100,0 %	12 015	100,0 %	25 628	100,0 %
12	(1) Y compris emplois aidés						
13	Note : résultats en moyenne annuelle						
14	Champ : France métropolitaine, population des ménages, actifs de 15 ans ou plus ayant un emploi						
15	Source : Insee, enquêtes emploi du 1 ^{er} au 4 ^e trimestre 2007						

1. Reproduire et compléter le tableau. Aucune justification n'est demandée.
2. Les proportions demandées dans cette question seront données en pourcentages arrondis à l'unité.
 - a) Parmi ces utilisateurs d'Internet, quelle proportion est dans la tranche d'âge [30 ; 40[?
 - b) Parmi les utilisateurs d'Internet qui téléchargent entre 0 et 2 Go par mois, quelle est la proportion de ceux âgés de 40 ans ou plus ?

52 * BAC** La feuille de calcul suivante (incomplète) reprend des données d'une enquête de l'INSEE sur le marché du travail en France métropolitaine pour l'année 2007.

1. Donner une interprétation concrète :
 - a) du nombre 1 312 figurant dans la cellule D9 ;
 - b) du 86,0 % figurant dans la cellule C6.
2. Quelle formule a-t-on pu inscrire dans la cellule B11 pour calculer automatiquement le total des emplois pour les hommes ?
 - a) Donner, parmi les propositions suivantes, deux formules qui, placées dans la cellule C5 puis copiées vers le bas jusqu'en C11, permettent de compléter ces cellules.
 =B5/B11 ; =B5/B11*100 ; =B5/\$B\$11 ;
 =B5/\$B11 ; =B5/B\$11 ; =B5/13613 .

- b) Que deviennent ces deux formules dans la cellule C10 ?
4. Donner les pourcentages manquants dans la colonne E.
5. Répondre par « vrai » ou par « faux » à chacune des affirmations suivantes. Justifier la réponse.
 - a) Environ 9 emplois sur 10 sont des emplois salariés.
 - b) Il y a environ 35 000 apprentis.
 - c) 1,3 % des femmes sont des intérimaires.
 - d) 1,3 % des intérimaires sont des femmes.

Tableur sur papier

Énoncé

1. Le tableau donne le nombre de personnes âgées de 100 ans ou plus au 1^{er} janvier 2010 en France métropolitaine (source : INSEE).

	A	B	C	D
1	Âge	Hommes	Femmes	Total
2	100	506	5 287	5 793
3	101	336	3 246	3 582
4	102	175	1 909	1 909
5	103	442	1 149	1 591
6	104	170	481	651
7	105	77	363	440
8	106	76	233	309
9	107	46	137	183
10	108 ans ou +	218	268	486
11	Total	2 046	12 898	14 944

- a) Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule D2 et fait glisser vers le bas jusqu'à la cellule D10 ?
 - (1) =B2+C2 ; (2) =506+5287 ; (3) =SOMME(2) .
 - b) Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule B11 et fait glisser vers la droite jusqu'à la cellule D11 ?
 - (1) =SOMME(506:218) ; (2) =SOMME(B2:B10) ; (3) =SOMME(B) .
2. On a créé le tableau suivant pour calculer la proportion des hommes d'un âge donné parmi les personnes du même âge.

	A	B	C	D
1	Âge	Hommes	Total	Proportion
2	100	506	5 793	8,7%
3	101	336	3 582	9,4%
4	102	175	1 909	9,2%
5	103	442	1 591	27,8%
6	104	170	651	26,1%
7	105	77	440	17,5%
8	106	76	309	24,6%
9	107	46	183	25,1%
10	108 ans ou +	218	486	44,9%
11	Total	2 046	14 944	13,7%

- Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule D2 et fait glisser vers le bas jusqu'à la cellule D11 ?
- (1) =B2/C2 ; (2) =506/5793 ; (3) =B2/\$C\$2 .
3. On a créé le tableau suivant pour calculer la proportion des hommes d'un âge donné parmi les hommes ayant 100 ans ou plus.

	A	B	C
1	Âge	Hommes	Proportion
2	100	506	24,7%
3	101	336	16,4%
4	102	175	8,6%
5	103	442	21,6%
6	104	170	8,3%
7	105	77	3,8%
8	106	76	3,7%
9	107	46	2,2%
10	108 ans ou +	218	10,7%
11	Total	2 046	100,0%

- Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule C2 et fait glisser vers le bas jusqu'à la cellule C11 ?
- (1) =B2/B11 ; (2) =506/\$B\$11 ; (3) =B2/\$B\$11 .