

1) شغل قوة ثابتة :**1.1) نعرف:**

نعبر عن شغل قوة ثابتة \vec{F} عند انتقال نقطة تأثيرها من A إلى النقطة B بالعلاقة التالية :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

حيث α الزاوية بين \vec{F} و \vec{AB} .

المسافة الفاصلة بين النقطة A والنقطة B.

يعبر عنه بالجول (J).

2.1) أمثلة لشغل قوة ثابتة :**شغل وزن الجسم :**

نعرف شغل وزن الجسم بالعلاقة التالية :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \mp mgh$$

m : كتلة الجسم

g : شدة مجال الثقلة .

h : فرق الارتفاع بين نقطتين A و B .

يكون شغل وزن الجسم P موجبا إذا كان الجسم في حالة نزول .

يكون شغل وزن الجسم P سالبا إذا كان الجسم في حالة صعود

شعل تأثير السطح :

نعرف شغل تأثير السطح R بالعلاقة التالية:

f : شدة قوة الإحتكاك .

AB : المسافة التي إنتقل بها الجسم

ملحوظة:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$$

في حالة إهمال الإحتكاكات تكون $f=0$ وبالتالي يكون :

2) شغل قوة غير ثابتة :**1.2) الشغل الجزئي :**

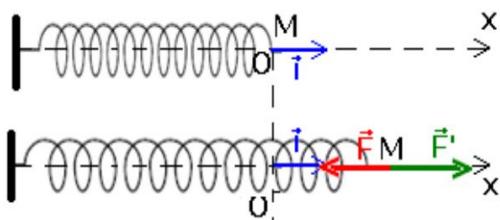
الشغل الجزئي لقوة F هو شغل هذه القوة في حالة انتقال جزئي dl . نرمز للشغل الجزئي : $dW(F)$

تعبر الشغل الجزئي :

2.2) الشغل الكلى :

الشغل الكلى هو مجموع الأشغال الجزئية:

3.2 مثال لشغل قوة غير ثابتة: شغل قوة مطبقة من طرف نابض:



نشاط 1 : نعتبر نابضا دالفات غير متصلة صلابتة K وكتلته مهملة في وضع أفقى.

تطبق على النابض عند طرفه الحر M قوة \vec{F} فيتمدد بمسافة $OM=x$.

1. بتطبيق القانون الثالث لنيوتن بين أن : $F=Kx$

2. اعط تعبير الشغل الجزئي للقوة \vec{F} .

3. باستعمال التكامل اعط تعبير الشغل الكلى للقوة \vec{F} عندما ينتقل النابض من نقطة A حيث تمدده هو x_A إلى نقطة B حيث تمدده هو x_B . ثم استنتج أن تعبير شغل \vec{T} توتر النابض هو:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = \frac{1}{2}k(x_A^2 - x_B^2)$$

4. لماذا لا نستعمل لحساب هذا الشغل العلاقة $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \cdot AB$

3) مبرهنة الطاقة الحركية :

1.3 تعبير الطاقة الحركية :

فـى حالة حركة إزاحة عندما ينـتقل جـسم صـلب كـتلـته m بـسـرـعـة v

يـكون لـه طـاقـة حـرـكـيـة E_C تـعبـيرـها يـكون كـالتـالـى:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

فـى حالة حـرـكـة دورـان عـندـما يـنـجـز جـسم صـلـب عـزـم قـصـورـه J_Δ حـرـكـة دورـان بـسـرـعـة زـاوـيـة $\dot{\theta}$ يـكون لـه طـاقـة حـرـكـيـة E_C تـعبـيرـها يـكون كـالتـالـى:

$$E_C = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2$$

وـحدـة E_C هـى الجـول (J)

2.3) مبرهنة الطاقة الحركية :

⇒ في حالة إزاحة:

$$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F})$$

عندما ينتقل جسم S كتلته m من نقطة A حيث سرعته V_A إلى نقطة B حيث سرعته V_B فإن العلاقة التالية والتي تسمى مبرهنة الطاقة الحركية تتحقق:

⇒ في حالة الدوران:

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_B^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_A^2 = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F})$$

- السرعة الزاوية للجسم عند نقطة B.
- السرعة الزاوية للجسم عند نقطة A.

4) الدراسة الطاقية للنواص المرن في وضع أفقي :

1.4) الطاقة الحركية:

أثناء حركة يمتلك الجسم (S) المعلق بطرف نابض طاقة حركية E تعبيرها:

$$x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{مع: } V = \dot{x}$$

2.4) طاقة الوضع المرن:

عندما يكون النابض مضغوطاً أو مطولاً فإنه يختزن طاقة ترتبط بحالة تشوّهه تسمى طاقة الوضع المرنة نرمز لها ب E_{pe} في الحالات التي يكون فيها النابض لا مطلاً ولا مضغوطاً فإن طاقة الوضع المرنة تكون منعدمة

$$E_{pe} = 0$$

نعرف طاقة الوضع المرنة للمجموعة (جسم – نابض) في وضع أفقى كالطاقة التي تخزنها هذه المجموعة نتيجة تشوّهها.

تعبيرها يكون كالتالي:

حيث k صلابة النابض و x إطالته عند لحظة معينة. وحدة E_{pe} هي الجول (J).

C ثابتة تحدد باستعمال الحالة المرجعية $E_{pe} = 0$. وغالباً ما نأخذ الحالة المرجعية عندما يكون النابض غير مشوه حيث $x=0$. في هذه الحالة تكون $k=0$ و يكون تعبير طاقة الوضع المرنة على الشكل:

$$x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{مع:}$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (X_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi))^2 \quad \text{وبالتالي:}$$

ملحوظة:
يساوي تغير طاقة الوضع المرنة مقابل شغل قوة توتر النابض

$$\Delta E_{pe} = - \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{T})$$

3.4 الطاقة الميكانيكية:

الطاقة الميكانيكية للنواس المرن هي مجموع طاقته الحركية E_c وطاقة وضعه الثقالية : E_{pe}

$$E_m = E_c + E_{pe}$$

نشاط: انحفاظ الطاقة الميكانيكية في غياب الاحتكاكات.

(1) بين في غياب الإحتكاكات أن الطاقة الميكانيكية تحفظ.

$$E_m = \frac{1}{2} k x_m^2 = C^{te}$$

(2) بين أنه يمكن الحصول في غياب الإحتكاكات على المعادلة التفاضلية للنواس المرن باستعمال انحفاظ الطاقة:

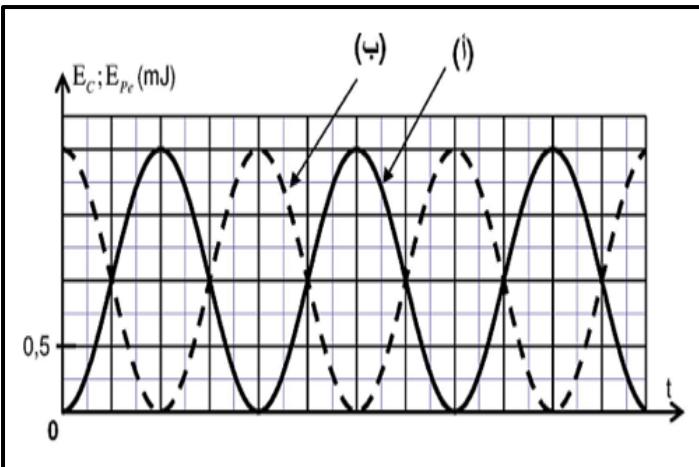
ملحوظة:

في حالة وجود الإحتكاكات تتناقص الطاقة الميكانيكية E_m لنواس المرن بحيث تتحول إلى طاقة حرارية نتيجة الإحتكاكات.
في حالة إهمال الإحتكاكات لدينا $E_m = C^{te}$ إذا كبرت E_c فإن E_{pe} تزداد نقول أن هناك تبادل للطاقة.

نشاط 2 :

نعتبر المجموعة {الجسم الصلب . النابض} حيث الجسم الصلب كتلته m والنابض لفاته غير متصلة صلابتة $K=30N/kg$ وكتلته مهملة. بهمل جميع الإحتكاكات . ونعتبر أن الحالة المرجعية لطاقة الوضع تتطابق مع أصل المعلم . نزيح الجسم عن موضع توازنه المستقر بمسافة x_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند $t=0$. يعطى المنحنى أسفله تمثيل الطاقات الثلاث E_c و E_{pe} بدلالة الزمن t .

1) عين، من بين المنحنيين (أ) و (ب)، المنحنى الذي يمثل تغيرات الطاقة الحركية E_C . على جوابك.



2) حدد قيمة الطاقة الميكانيكية E_m للمجموعة المتذبذبة.

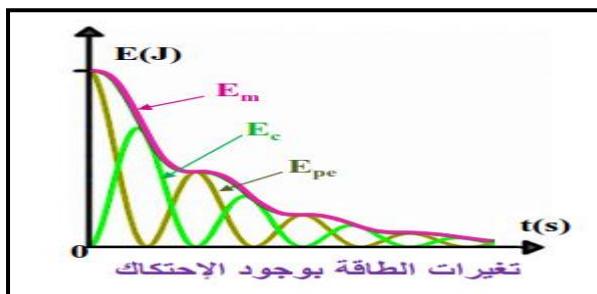
3) إستنتاج قيمة المسافة x_m

4) باعتماد تغير طاقة الوضع المرنة للمجموعة المتذبذبة، أوجد الشغل $\vec{W_T}$ لقوة الارتداد \vec{T} المطبقة من طرف النابض على (S) عند انتقال G من موضع A إلى الموضع O.

3. إستنتاج أن صيغة السرعة القصوية للجسم تكتب كالتالي :

$$V_m = x_m \sqrt{\frac{K}{m}}$$

الشكل 2

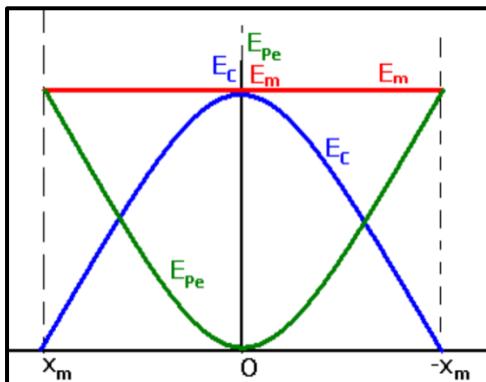


5) في الواقع توجد هناك احتكاكات حيث تمثل الطاقات الثلاث يكون كالتالي (الشكل 2). بماذا تسمى هذه الظاهرة . س نظام الدرببات.

6) نمثل الأن الطاقات الثلاث بدلالة الأوصول x : حيث نحصل على المنحنى أسفله .(الشكل 3)

الشكل 3

1.1 اعطي تعبير الطاقة الميكانيكية E_m



1.2 بين أن السرعة القصوية للجسم تكتب كالتالي :

$$V_m = x_m \sqrt{\frac{k}{m}} = x_m \frac{2\pi}{T_0}$$

5) الدراسة الطاقية للنواس الللى:

1.5 الطاقة الحركية:

نعتبر المجموعة {السلك ، القصيب}. بما أن قطر السلك صغير جداً بالنسبة لطوله فإن طاقته الحركية مهملة ($E_{pt} = 0$) وبالتالي الطاقة الحركية للمجموعة تساوى الطاقة الحركية للقصيب.

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{مع:}$$

2.5 طاقة وضع اللى:

طاقة وضع اللى E_{pt} الصيغة الرياضية التالية:

C^{te} تتعلق بالحالة المرجعية. في حالة أخذ الحالة المرجعية لطاقة الوضع $E_p = 0$ هي حالة التوازن المستقر للقصيب ($\theta = 0$). فإن $C^{te} = 0$. وبالتالي:

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{مع:}$$

$$\Delta E_{pt} = -W_C \Big|_{\theta_1 \rightarrow \theta_2}$$

ملحوظة: يساوى تغير طاقة وضع اللى مقابل شغل مزدوجة اللى W_C

3.5 الطاقة الميكانيكية:

أ) تعريف:

الطاقة الميكانيكية E_m للنواس المرن هي مجموع طاقته الحركية E_c وطاقة الوضع المرنية E_p .

$$E_m = E_c + E_{pt}$$

ب) انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

نشاط:

1) بين في غياب الإحتكاكات أن الطاقة الميكانيكية تحفظ.

$$E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = C^{te}$$

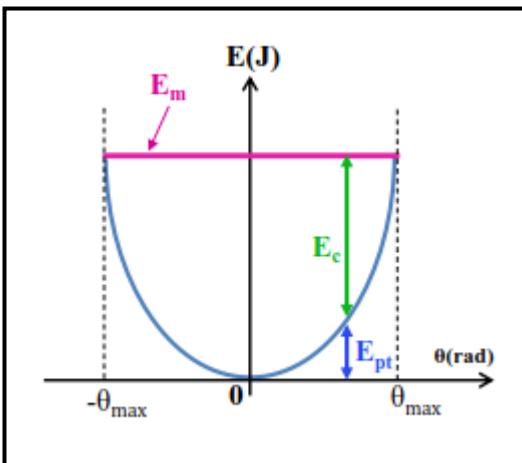
(2) بين أنه يمكن الحصول في غياب الإحتكاكات على المعادلة التفاضلية للنواس المرن باستعمال انحفاظ الطاقة:

ملحوظة 2:

في حالة وجود الإحتكاكات تتناقص الطاقة الميكانيكية E_m لنواس اللي بحيث تتحول إلى طاقة حرارية نتيجة الإحتكاكات.
في حالة إهمال الإحتكاكات لدينا $E_m = C^{te}$ إذا كبرت E_c فإن E_{pe} تزداد نقول أن هناك تبادل للطاقة.

4.5 مخطط الطاقات:

في غياب الإحتكاكات نمثل الطاقات الثلاث بدلالة الزاوية θ فنحصل على
الشكل جانبيه:



☞ طاقة وضع اللي:

☞ الطاقة الميكانيكية:

☞ الطاقة الحرارية:

كلما ازدادت θ كلما تناقصت E_c حيث تنعدم عند $\theta = \theta_m$ و $\theta = -\theta_m$.

6) الدراسة الطاقية للنواس الوازن

1.6) الطاقة الحركية:

نعرف الطاقة الحركية للنواس الوازن بالصيغة التالية:

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

مع:

2.6) طاقة الوضع الثقالية:

نعرف طاقة وضع الثقالية بتغييرها فنكتب:

$$\Delta E_{pp} = -W(\vec{P})$$

$$E_{pp} = mgz + C^{te}$$
 مع:

C^{te} تتعلق بالحالة المرجعية. في حالة أحد الحالات المرجعية لطاقة الوضع $E_{pp}=0$ هي حالة التوازن المستقر للجسم ($\theta=0$).
فإن $C^{te}=0$.

$$E_{pp} = mgz$$

m : كتلة الجسم.
 z : أنسوب الجسم.
 g : شدة الثقالة.

نشاط:

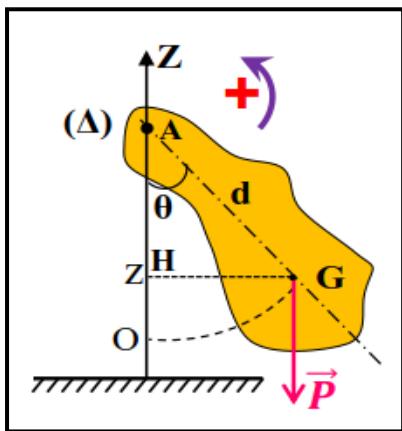
بين بالنسبة للنواص الوازن و بالنسبة للدبابات الصغيرة أن تعبر طاقة الوضع الثقالية تكتب كالتالي:

$$E_{pp} = mgd \frac{\theta^2}{2}$$

مع: $d=AG$

في حالة الدبابات ذات وسع صغير نقبل بتقدير مقبول أن:

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$$



3.6) الطاقة الميكانيكية:

أ) تعريف:

الطاقة الميكانيكية E_m للنواص المرن هي مجموع طاقته الحركية E_c وطاقة الوضع المرنية E_{pe} .

$$E_m = E_c + E_{pe}$$

ب) انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

(1) بين أن في غياب الإحتكاكات أن الطاقة الميكانيكية للنواص المرن تحفظ. حيث:

$$E_m = \frac{1}{2}mgd\theta_m^2 = C^{te}$$

(2) بين أنه يمكن الحصول في غياب الإحتكاكات على المعادلة التفاضلية للنواس الوازن باستعمال انحفاظ الطاقة:

ملحوظة:

في حالة وجود الإحتكاكات تتناقص الطاقة الميكانيكية E_m لنواس الذي بحيث تتحول إلى طاقة حرارية نتيجة الإحتكاكات.

4.6 مخطط الطاقات:

أ) بدلالة الأنسوب z:

نمثل الطاقات الثلاث للنواس الوازن بدلالة الأنسوب z فنحصل على مخطط الطاقات التالي: حيث :

☞ طاقة الوضع الثقالية:

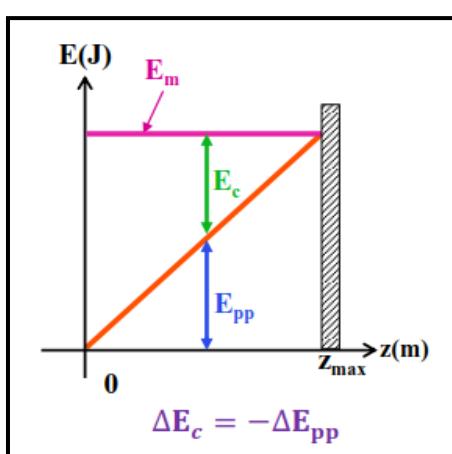
.....

☞ الطاقة الميكانيكية:

.....

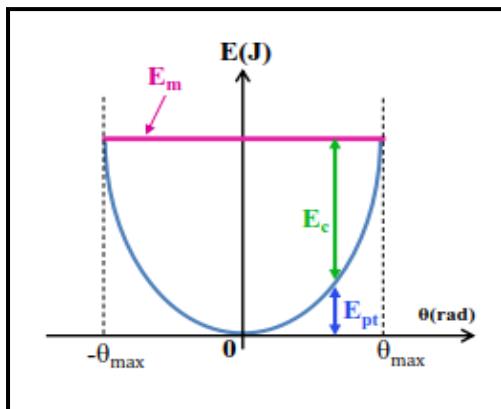
☞ الطاقة الحرارية:

.....



ب) بدلالة الأقصول الزاوي:

نمثل الطاقات الثلاث للنواص الوازن بدلالة الأنسوب z في حالة دبابات صغيرة فنحصل على مخطط الطاقات التالي: حيث :



☞ طاقة الوضع الثقالية:

☞ الطاقة الميكانيكية:

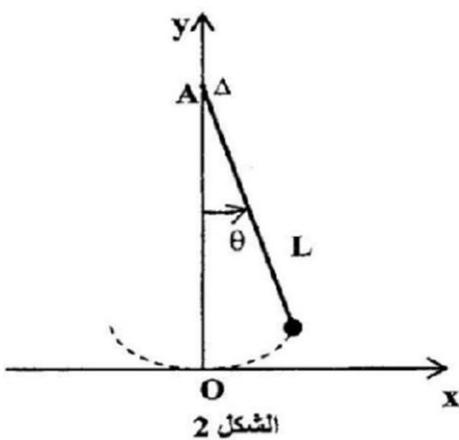
☞ الطاقة الحركية:

7) الدراسة الطاقية للنواص الوسيط:

نشاط:

يتكون نواص بسيط من كرية كتلتها m وأبعادها مهملة، معلقة بطرف خيط غير قابل للامتداد كتلته مهملة وطوله L . الطرف الآخر للخيط مشدود إلى حامل ثابت في النقطة A. نزيح النواص عن موضع توازنه المستقر بزاوية θ_m ثم نحرره بدون سرعة بدينية عند اللحظة $t=0$ ، فينجذب دبابات حرة في المستوى (y; x; y) حول محور ثابت Δ أفقى يمر من النقطة A.

ندرس حركة النواص في مرجع أرضي نعتبره غاليليا ونعلم موضع النواص في كل لحظة t بأقصوله الزاوي θ . (الشكل 2) نختار المستوى الأفقي المار من النقطة O، موضع التوازن المستقر للنواص مرجعاً لطاقة الوضع الثقالية. نهم جميع الاحتكاكات وندرس حركة النواص في حالة التذبذبات الصغيرة. المعطيات:



- كتلة الكرة : $m=350\text{g}$
- طول الخيط : $L=58\text{cm}$
- شدة الثقالة : $g=9,81\text{m.s}^{-2}$
- عزم قصور النواص: $J_\Delta=mL^2$

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

1- أكتب عند لحظة t تعبير الطاقة الميكانيكية E_m في حالة التذبذبات الصغيرة بدلالة m , L , θ , g والسرعة الزاوية $\dot{\theta}$.

2- يمثل الشكل 3 مخطط الطاقة للنواص المدروس.

حدد قيمة كل من:

2.1. الأقصول الزاوي الأقصى θ_{\max} للنواص.

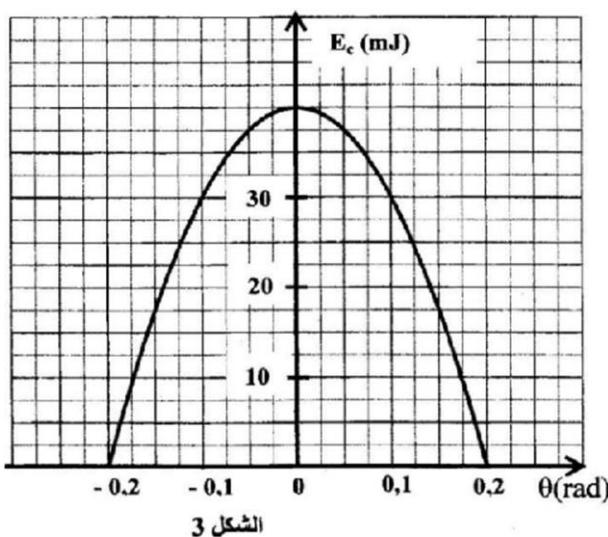
2.2.

طاقة

الميكانيكية E_m للنواص.

2.3. السرعة الخطية القصوى v_{\max} للنواص.

3- أحسب الأقصولين الزاويين θ_1 و θ_2 اللذين تكون فيما طاقة الوضع تساوي الطاقة الحركية.



شكل 3

أجوبة: