Leçon 15 Factorisation

I Factoriser une somme

Rappel : Développer un produit, c'est le transformer en une somme égale.

Propriété : pour tout nombre k, a et b :
k x (a + b) = k x a + k x b

On a développé

On va dans cette leçon, étudier l'opération inverse :

Définition : Factoriser une somme, c'est la transformer en un produit égal.

Propriété : pour tout nombre k, a et b :
k x a + k x b = k x (a + b)

On a factorisé

k est un *facteur commun* à chaque terme de la somme

Remarque : on ne peut factoriser qu'en présence de facteur commun

Commentaire (à ne pas recopier) : Pour ne pas confondre la lettre x et le signe de multiplication x, je ne vais pas utiliser x comme lettre mais uniquement comme signe de multiplication dans cette leçon en ligne. Je mettrai en couleur le facteur commun pour faciliter la compréhension.

A) Premier type d'exemple : le facteur commun est directement visible

3 x a + 3 x b = 3 x (a + b)

5 x b + a x b = b x (5 + a)

a x b - a x c = a x (b - c)

3a + 5a² = a x (3 + 5a)   (car 5a² = 5a x a = a x 5a)

B) Deuxième type d'exemple : le facteur commun n'est pas directement visible

6a + 12 = 6 x a + 6 x 2 = 6 x (a + 2)

10a - 25b = 5 x 2a - 5 x 5b = 5 x (2a - 5b)

8a² + 12a = 4a x 2a + 4a x 3 = 4a x (2a + 3)

C) Dernier type d'exemple : le facteur commun est « composé »

(t + 3)(2t - 4) + (t + 3)(5t + 6) = (t + 3) x [(2t - 4) + (5t + 6)]
= (t + 3) x [2t - 4 + 5t + 6]
= (t + 3) x (7t + 2)

(2p + 5)(4p + 5) - (7p - 3)(2p + 5) = (2p + 5) x [(4p + 5) - (7p - 3)]
= (2p + 5) x [4p + 5 - 7p + 3]
= (2p + 5) x (-3p + 8)

(3b + 4)² + (3b + 4)(5b - 2) = (3b + 4) x (3b + 4) + (3b + 4) x (5b - 2)
= (3b + 4) x [(3b + 4) + (5b - 2)]
= (3b + 4) x [3b + 4 + 5b - 2]
= (3b + 4) x (8b + 2)

II Factoriser une identité remarquable

On a déjà vu comment développer les identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Maintenant, on va lire l'égalité dans l'autre sens (ce qui est bien une factorisation puisque l'on passe d'une somme à un produit).

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$$
$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exemples : lorsqu'il n'y a aucun facteur commun, il s'agit *si possible* d'identifier une identité remarquable

Exemple 1 :

$81t^2 + 25 + 90t = (9t)^2 + 5^2 + 2 \times 9t \times 5$
$= (9t + 5)^2$

On reconnaît le développement de la première identité remarquable

Exemple 2

$49t^2 + 36 - 84t = (7t)^2 + 6^2 - 2 \times 7t \times 6$
$= (7t - 6)^2$

On reconnaît le développement de la deuxième identité remarquable

Exemple 3

$100y^2 - 16 = (10y)^2 - 4^2 = (10y + 4)(10y - 4)$

On reconnaît le développement de la dernière identité remarquable